

Zadanie z daltonistami
Problem metodyczny nadesłany przez nauczyciela

Mam pytanie w związku z zadaniem z daltonistami:

Wiadomo, że 5% wszystkich mężczyzn i 0,25% wszystkich kobiet to daltoniści. Spośród grupy 60m i 400k wybrano losowo jedną osobę. Jakie jest prawdopodobieństwo wylosowania mężczyzny, pod warunkiem wylosowania osoby, która jest daltonistą.

Wynik jest $3/4$ i liczę to najpierw z całkowitego, a następnie z warunkowego. Co odpowiedzieć uczniowi, który oblicza, że w badanej grupie jest $3+1=4$ daltonistów, a więc wylosowanie spośród nich daltonisty wynosi $3/4$ i nie chce słuchać mądrych teorii o prawdopodobieństwie całkowitym itd. Czy ta zgodność wyników jest przypadkowa, czy też można aż tak uprościć sobie rozwiązanie? Jak oceniono by takie rozwiązanie na maturze?

Winnym jest ten, kto umieszcza w zbiorze zadań w dziale prawdopodobieństwo warunkowe takie zadania, które zupełnie nie nadają się do ukazania przydatności tego wzoru.

Wiele zadań na prawdopodobieństwo warunkowe można rozwiązać w sposób przedstawiony przez ucznia.

Mamy tu po prostu dowód na to, że uczniowie mają intuicję matematyczną.

W przestrzeni klasycznej mamy:

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{A \cap B}{\Omega}}{\frac{B}{\Omega}} = \frac{A \cap B}{B}$$

Co to właściwie oznacza?

Jeżeli liczymy prawdopodobieństwo, że zajdzie zdarzenie A przy warunku, że **zaszło** zdarzenie B, to tym samym możemy zawęzić zbiór Ω do zbioru B (przecież wiemy, że to **zaszło**, więc inne zdarzenia elementarne nas nie interesują). W tej sytuacji zbiór B staje się jakby nową przestrzenią zdarzeń elementarnych.

Natomiast zbiór A zawęży się do $A \cap B$, bo zdarzenia elementarne sprzyjające A, lecz nie sprzyjające zdarzeniu B nas już nie interesują.

Rozumowanie ucznia jest więc poprawne, pozostaje jedynie problem właściwego uzasadnienia metody.

Uczniowi należałoby to właśnie tak przedstawić i dla równowagi dać do rozwiązania takie zadanie na prawdopodobieństwo warunkowe, w którym wykorzystanie tej metody jest trudniejsze, niż zastosowanie wzoru na $P(A/B)$.

Nie wiem, jak oceniono by takie rozwiązanie na maturze. Myślę, że chyba nie byłoby zastrzeżeń przy właściwym uzasadnieniu (choć nie jest wykluczone, że schematycznie rozumujący egzaminator mógłby tego nie uznać).