Dziedzina funkcji $y = x^{\frac{1}{3}}$
Problem metodyczny nadesłany przez nauczyciela

Jeżeli funkcja zadana jest wzorem $y = x^{\frac{1}{3}}$, to jej dziedziną jest zbiór $\mathbf{R}_+ \cup \{0\}$.
W przypadku funkcji $y = \sqrt[3]{x}$ dziedziną jest R (w ten sposób wyświetlają jej wykres np. kalkulatory, ale już program Derive nie, bo też podaje w dziedzinie $\mathbf{R}_+ \cup \{0\}$).
Czy należy uczniom zalecić stosowanie ograniczonej dziedziny w przypadku pierwiastków stopni nieparzystych? Inaczej robi się zamieszanie, bo jak np. ustalić dziedzinę funkcji $f(x) = |x - 1|\sqrt[3]{x}$ i sprawdzić jej różniczkowalność w punkcie $x_0 = 0$?

Przede wszystkim uwaga teoretyczna:

a) $f(x) = x^{\frac{1}{3}}$ - potęga o wykładniku ułamkowym jest najczęściej definiowana w zbiorze $\mathbf{R}_+ \cup \{0\}$

b) $f(x) = \sqrt[3]{x}$ - pierwiastek arytmetyczny o wykładniku nieparzystym jest najczęściej definiowany w zbiorze R.

Nie spotkałem się z jednoznaczną wskazówką metodyczną, jaką dziedzinę należy przyjmować (choć najnowsze zmiany programowe idą w kierunku określeń zgodnych z podanymi definicjami). Brak takich wskazówek prawdopodobnie wynikał z faktu, że problem występuje sporadycznie – rzadkością są zadania związane z pierwiastkami o nieparzystych stopniach, w których jest to istotne.

Zetknąłem się jednak kilkakrotnie z zadaniami, których autorzy przyjmowali, że dziedziną funkcji $f(x) = x^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{x}$ jest przedział $\langle 0, \infty)$.
Przykładowe takie zadanie pochodzące ze zbioru wydawnictwa Aksjomat:
„Rozwiąż graficznie nierówność: $x^{\frac{1}{3}} + x^2 \le 2$ ”.
Podany w odpowiedziach wynik został zilustrowany odpowiednim rysunkiem, z którego wynika, ze dziedziną nierówności jest przedział $\langle 0, \infty)$.

Zasadne jest więc chyba stwierdzenie, że taka zawężona dziedzina funkcji $f(x) = x^{\frac{1}{n}}$ dla $n \epsilon \{3, 5, 7, \dots\}$ jest powszechnie przyjmowana w nauczaniu matematyki w szkole średniej, natomiast dziedziną pierwiastka nieparzystego stopnia jest zbiór liczb rzeczywistych.