Matura 10 maja 2002 (OKE Kraków)
Zestaw M II – wszystkie profile z wyjątkiem mat-fiz i klas autorskich z rozszerzonym programem matematyki

Zadanie 1. (8 pkt)

W pewnym nadleśnictwie postanowiono wymienić drzewostan na obszarze 150 hektarów. W pierwszym roku zaplanowano wymianę na obszarze 3 hektarów i ustalono normę, że w każdym następnym roku będzie się dokonywać wymiany na obszarze o 1 ha większym niż w roku poprzednim.

a) Oblicz ile będzie trwać wymiana drzewostanu na zaplanowanym obszarze.
b) Oblicz, o ile należałoby zwiększyć normę wymiany, aby skrócić cały proces o 5 lat.
c) W obydwu przypadkach oblicz liczbę hektarów, na których dokonana zostanie wymiana w ostatnim roku.

Zadanie 2. (10 pkt)

Funkcja kwadratowa f osiąga wartość najmniejszą równą –4 dla argumentu 6, a liczba 2 jest miejscem zerowym funkcji f. Wykres funkcji liniowej g jest prostopadły do prostej o równaniu $y = 2x - 8$ i przechodzi przez punkt $A(-6,8)$.

a) Wyznacz wzór funkcji f w postaci kanonicznej oraz wzór funkcji g.
b) Oblicz współrzędne punktów wspólnych wykresów funkcji f i g.
c) Naszkicuj wykresy funkcji $h(x) = |f(x)|$ oraz $p(x) = g(|x|)$. Sprawdź, wykonując odpowiednie obliczenia, czy punkt B=(4,3) należy do wykresów funkcji h oraz p.
d) Wykorzystując wykresy funkcji h oraz p odczytaj, dla jakich argumentów $x \in R$ spełniona jest nierówność $h(x) \le p(x)$.

Zadanie 3. (10 pkt)

W czworokącie ABCD dane są wierzchołki A=(7,3) i C=(-2,2), punkt $S = \left(3\frac{1}{2};3\frac{1}{2}\right)$ będący środkiem boku $\overline{AD}$ oraz wektor $\overrightarrow{AB} = [-8,-8]$.

a) Wyznacz pozostałe wierzchołki czworokąta. Wykonaj rysunek czworokąta ABCD w układzie współrzędnych i wykaż, że czworokąt ABCD jest trapezem.
b) Oblicz długości boków czworokąta ABCD i zbadaj, czy w ten czworokąt można wpisać okrąg.
c) Oblicz odległości wierzchołków B i D od prostej zawierającej przekątną $\overline{AC}$ oraz wyznacz stosunek pól trójkątów ABC i ACD.

Zadanie 4. (10pkt)

W pudełku P jest 5 kul: 2 czerwone oraz po jednej białej, zielonej i niebieskiej. Pierwsza gra polega na równoczesnym wyciągnięciu dwóch kul z pudełka P. Gracz wygra, jeżeli wylosuje dwie kule czerwone.
W drugiej grze należy wyjąć z pudełka P kolejno, wszystkie kule. Gracz wygra, jeżeli wylosuje kolejno dwie kule czerwone.
Opisz przestrzeń zdarzeń elementarnych w obu grach. W której grze prawdopodobieństwo wygrania jest większe?

Zadanie 5. (12 pkt)

Podstawą ostrosłupa ABCS jest trójkąt ABC o bokach długości 18 cm i 12 cm, którego kąt między tymi bokami ma miarę równą 60^0. Wszystkie krawędzie boczne ostrosłupa ABCS mają długości równe 12 cm. Ostrosłup ten przecięto płaszczyzną równoległą do podstawy i dzielącą jego wysokość w stosunku 1:2

licząc od wierzchołka tego ostrosłupa. Wykonaj rysunek ostrosłupa ABCS z zaznaczonym przekrojem i oblicz:

a) **obwód otrzymanego przekroju,**
b) **objętość ostrosłupa ABCS,**
c) **pole powierzchni całkowitej i objętość tej z brył wyznaczonych przez przekrój, która nie jest podobna do ostrosłupa ABCS.**