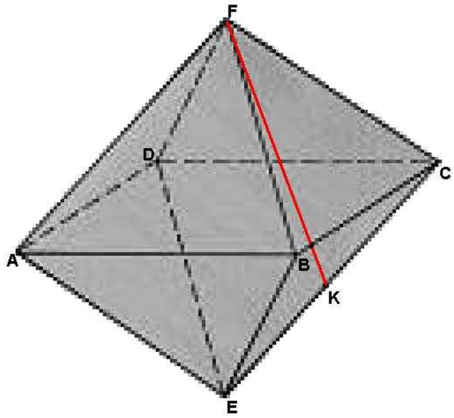
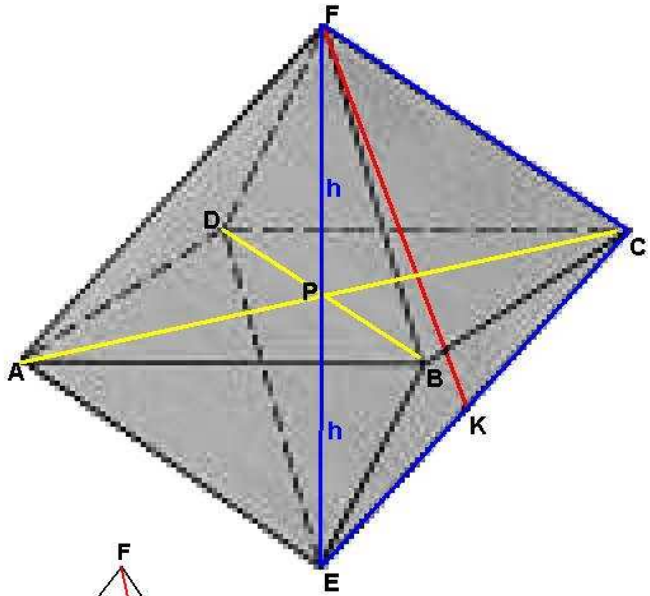
Zadanie o ośmiościanie foremnym

W ośmiościanie foremnym o krawędzi 4cm obrano punkt K w środku odcinka CE (rysunek). Oblicz długość odcinka FK i długość najkrótszej drogi łączącej punkt F z punktem K „idąc" po powierzchni ośmiościanu.



Rozwiązanie



Wysokość ostrosłupa ABCDF:

$h^2 = |FC|^2 - |PC|^2$

$h^2 = 4^2 - \left(\frac{4\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 16 - 8 = 8$

$h = 2\sqrt{2}$

W trójkącie ECF:

$|\sphericalangle ECF| = \alpha$

Stosujemy twierdzenie cosinusów:

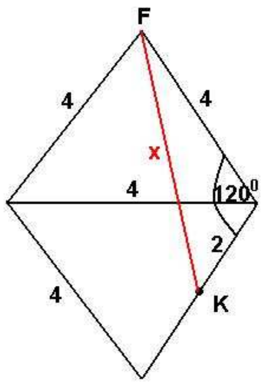
$= 4^2 + 4^2 - 2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot cos\alpha$

$32 = 32 - 32cos\alpha$

$cos\alpha = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \alpha = 90^0$

W trójkącie (prostokątnym) KCF oznaczmy $|FK| = y$

$y^2 = 4^2 + 2^2 = 20 \quad \Leftrightarrow \quad y = 2\sqrt{5}$



Idąc po powierzchni: jeżeli sąsiednie ściany boczne rozłożymy tak, by leżały w jednej płaszczyźnie, to otrzymamy widok jak na rysunku obok.

Szukaną najkrótszą drogę obliczymy za pomocą twierdzenia cosinusów.

$x^2 = 4^2 + 2^2 - 2 \cdot 4 \cdot 2 \cdot cos120^0$

$x^2 = 16 + 8 - 16cos(180^0 - 60^0)$

$x^2 = 24 - 16 \cdot (-cos60^0)$

$x^2 = 24 + 16 \cdot \frac{1}{2} = 24 + 8 = 32$

$x = \sqrt{16 \cdot 2} = 4\sqrt{2}$