

Z miasta A do miasta B wyjechał pociąg pospieszny. O tej samej godzinie z miasta B do miasta A wyjechał pociąg osobowy i dojechał do celu podróży po 15 godzinach. Jadąc ze stałą średnią prędkością, pociągi minęły się godzinę po tym, gdy pociąg pospieszny pokonał połowę trasy. Oblicz czas jazdy pociągu pospiesznego jeżeli jechał on dłużej niż 6 godzin.

Rozwiązanie

Oznaczmy:

s - droga z A do B

v_p - prędkość pociągu pospiesznego

v_o - prędkość pociągu osobowego

t_p - czas potrzebny na pokonanie drogi s przez pociąg pospieszny, czyli wielkość, którą należy w zadaniu obliczyć

Mamy: $s = v_p \cdot t_p$ oraz $s = 15v_o$, czyli $v_p = \frac{s}{t_p}$ oraz $v_o = \frac{s}{15}$

✓ Do momentu spotkania pociąg pospieszny przejechał drogę $\frac{s}{2} + x$ w czasie t , co daje równanie: $\frac{s}{2} + x = v_p \cdot t$

✓ Do momentu spotkania pociąg osobowy przejechał drogę $\frac{s}{2} - x$ w czasie t , co daje równanie: $\frac{s}{2} - x = v_o \cdot t$

Drogę x pociąg pospieszny pokonał w godzinę, czyli $x = v_p \cdot 1 = v_p$

Zatem:

$$\begin{cases} \frac{s}{2} + x = v_p \cdot t \\ \frac{s}{2} - x = v_o \cdot t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{s}{2} + v_p = v_p \cdot t \\ \frac{s}{2} - v_p = v_o \cdot t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{s}{2} + \frac{s}{t_p} = \frac{s}{t_p} \cdot t \\ \frac{s}{2} - \frac{s}{t_p} = \frac{s}{15} \cdot t \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{s}{2} + \frac{s}{t_p} = \frac{s}{t_p} \cdot t \\ \frac{s}{2} - \frac{s}{t_p} = \frac{s}{15} \cdot t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2} + \frac{1}{t_p} = \frac{1}{t_p} \cdot t \\ \frac{1}{2} - \frac{1}{t_p} = \frac{1}{15} \cdot t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{t_p}{2} + 1 = t \\ \frac{15}{2} - \frac{15}{t_p} = t \end{cases}$$

Mamy równanie:

$$\frac{t_p}{2} + 1 = \frac{15}{2} - \frac{15}{t_p} \quad | \cdot 2t_p$$

$$t_p^2 + 2t_p = 15t_p - 30$$

$$t_p^2 - 13t_p + 30 = 0$$

$$\Delta = 169 - 120 = 49$$

$$t_p = \frac{13 - 7}{2} = 3 \quad \text{lub} \quad t_p = \frac{13 + 7}{2} = 10 \quad \text{i} \quad t_p > 6$$

Rozwiązanie: czas jazdy pociągu pospiesznego wynosi 10 godzin.