

O poprawianiu prac pisemnych

Problem

Egzamin maturalny z matematyki 9 maja 2005 r.

Zadanie 17.

Wykaż, bez użycia kalkulatora i tablic, że $\sqrt[3]{5\sqrt{2}+7} - \sqrt[3]{5\sqrt{2}-7}$ jest liczbą całkowitą.

Jak ocenić takie rozwiązanie:

$$\sqrt[3]{5\sqrt{2}+7} - \sqrt[3]{5\sqrt{2}-7} = \sqrt[3]{(\sqrt{2}+1)^3} - \sqrt[3]{(\sqrt{2}-1)^3} = \sqrt{2}+1 - \sqrt{2}+1 = 2$$

Podana liczba jest liczbą całkowitą.

Co to jest „rozwiązanie zadania”?

Rozwiązanie zadania jest to opis przebiegu rozumowania (częścią tego opisu są obliczenia), które prowadzi do uzyskania odpowiedzi na pytanie zawarte w temacie zadania, lub wykonania zawartego tam polecenia.

W takim razie, co należy napisać w rozwiązaniu zadania?

1. Należy opisać przebieg rozumowania w taki sposób, aby osoba, która czyta to rozwiązanie, miała wyłożone czarno na białym, w jaki sposób piszący doszedł do wyniku.
2. W żadnym fragmencie rozwiązania nie może być takiej sytuacji, że czytający musiałby się domyślać, skąd dany zapis się bierze.
3. Jeżeli dany zapis wynika bezpośrednio z poprzedniego – komentarz jest zbędny.
Jeżeli nie – należy napisać stosowne wyjaśnienia (należy wyjaśnić jaki jest związek z poprzednimi zapisami, całym zadaniem itp., rozpocząć dalsze obliczenia, używając zapisanego wcześniej wzoru itp.).
4. Obliczenia powinny być pełne, tzn. można opuszczać fragmenty, które można wykonać w pamięci (tu kryteria należałoby sprecyzować, bo umiejętności różnych ludzi są różne - można przyjąć za odnośnik umiejętności rachunkowe przeciętnego ucznia, powiedzmy o ocenie 3+, a na maturze rozszerzonej – dobrego ucznia).

Omówmy teraz na przykładach, jakie zastosowania wzorów skróconego mnożenia uczeń jest w stanie wykonać w pamięci, a jakich nie.

1. $(3 - \sqrt{2})^2 = 9 - 6\sqrt{2} + 2$ - ten wynik przeciętny uczeń powinien podać bez bardziej szczegółowych obliczeń.
2. $(3 - \sqrt{2})^2 = 11 - 6\sqrt{2}$ - ten wynik dobry uczeń mógłby podać bez bardziej szczegółowych obliczeń, ale przeciętny raczej nie (ale nie na pewno, więc takie obliczenia należy uznać za kompletne).
3. $16 + 8x + x^2 = (4 + x)^2$ - ten wynik przeciętny uczeń mógłby podać bez bardziej szczegółowych obliczeń.
4. $18 + 8\sqrt{2} = (4 + \sqrt{2})^2$ - ten wynik dobry uczeń mógłby podać bez bardziej szczegółowych obliczeń (choć nie każdy), ale przeciętny na pewno nie.
5. $(2 - x)^3 = 8 - 12x + 6x^2 - x^3$ - ten wynik dobry uczeń mógłby podać bez bardziej szczegółowych obliczeń, ale przeciętny raczej nie (ale nie na pewno, więc takie obliczenia można uznać za kompletne).
6. $(\sqrt{2} + 1)^3 = 2\sqrt{2} + 6 + 3\sqrt{2} + 1$ - ten wynik dobry uczeń mógłby podać bez bardziej szczegółowych obliczeń, ale przeciętny na pewno nie.
7. $5\sqrt{2} + 7 = (\sqrt{2} + 1)^3$ - tego wyniku dobry uczeń nie poda bez szczegółowych obliczeń. Brak obliczeń na 99% wskazuje, że albo rozwiązujący nie przepisał obliczeń wykonanych na brudno, albo podał wynik uzyskany – powiedzmy - w sposób niezbyt legalny.
8. $2\sqrt{2} + 6 + 3\sqrt{2} + 1 = (\sqrt{2} + 1)^3$ - tego wyniku dobry uczeń raczej nie poda bez szczegółowych obliczeń (ale nie na pewno, więc takie obliczenia można uznać za kompletne).
9. $2\sqrt{2} + 6 + 3\sqrt{2} + 1 = (\sqrt{2})^3 + 3 \cdot (\sqrt{2})^2 + 3 \cdot \sqrt{2} + 1 = (\sqrt{2} + 1)^3$ - takie obliczenia wykona statystyczny, dobry uczeń.

Przykłady można mnożyć. Zawsze (nie da się wszystkiego uszczegóławiać bez końca) pozostanie tu pewien margines interpretacji, choć już niewielki.

W przytoczonym problemie, pamięciowe wykorzystanie wzorów na sześcian sumy i różnicy jest praktycznie wykonalne tylko dla ucznia, który (w mojej ocenie) zasługuje na ocenę celującą.

Takie rozwiązanie byłoby uznane na konkursie matematycznym, gdzie ocenia się, czy rozwiązanie jest poprawne, a nie przywiązuje się wagi do szczegółowych obliczeń.

Przypomnijmy, że w podanym problemie na 99% albo **rozwiązujący nie przepisał obliczeń wykonanych na brudno**, albo **podał wynik uzyskany w sposób niezbyt legalny**.

Jak więc należałoby ocenić przedstawione rozwiązanie zadania?

Należy rozpatrzyć dwie sytuacje:

1. Zadanie rozwiązane zostało w szkole, na sprawdzianie.
2. Zadanie rozwiązane zostało na egzaminie maturalnym.

W pierwszej sytuacji zaglądamy do brudnopisu, który zazwyczaj ma być umieszczony na ostatniej stronie. Jeżeli w brudnopisie dokładne obliczenia są, dajemy w zależności od uznania 50-75% (w końcu te obliczenia to esencja zadania!).

Jeśli ich nie ma – 0% (ewidentna, niesamodzielna praca).

W drugiej sytuacji mamy poważny problem: **brudnopis nie podlega ocenie!**

Mamy możliwe dwie potencjalne przyczyny. Nie wiemy, która zachodzi w rzeczywistości (zakładam tu, że jest to sytuacja jednostkowa, bo jeżeli wystąpiła w całej grupie zdających w tej samej sali, to nawet może dojść do unieważnienia egzaminu!).

Dlatego powinno się tu przyznać 50% punktów.

.....

Praktyczne zastosowanie zasad poprawiania.

Przykład „z życia wzięty”.

Swego czasu brałem udział w szkoleniowej konferencji metodycznej, jeszcze w czasach starej matury.

Uczestnicy dostali kopię autentycznego rozwiązania jednego zadania, kryteria oceny tego zadania i mieli samodzielnie poprawić pracę.

W dalszej części przewidziano porównanie i wyciągnięcie wniosków.

Proszę sobie wyobrazić, że na 10 punktów do zdobycia, przyznawano za zadanie od 5 do 9 (!) punktów.

Z tego zadania zapamiętałem taki „kwiatek”:

$$-x^2 - 3x + 4 = 0$$

$$\Delta = -3^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 4$$

$$\Delta = 9 + 16$$

$$\Delta = 25, \sqrt{\Delta} = 5$$

itd.

Przyjmijmy, że za rozwiązanie tego równania można było uzyskać 2 punkty.

Niektórzy traktowali występujące błędy jako zwyczajne przeoczenie i przyznawali nawet komplet punktów.

Tymczasem sprawa jest prosta: **zapisy mają wynikać z poprzednich!**

$\Delta = -3^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 4$ - błąd 1 – błędne wykorzystanie wzoru, piszący nie umie podstawić do wzoru liczby -3 . Zapis **nie wynika** z odpowiedniego wzoru i wartości -3 .

$\Delta = 9 + 16$ - błąd 2 – błąd rachunkowy (zapis **nie wynika** z poprzedniego) - piszący nie wie, że $-3^2 = -9$.

Ponieważ obowiązywała zasada, że w przypadku błędu rachunkowego, można przyznać max. 50 % punktów za dany fragment, a tu dodatkowo mamy jeszcze jeden błąd, więc przyznanie 25%, czyli 0,5 punktu, to najwyższa możliwa nota za ten fragment.

Podsumowanie.

Nie wiem, czy Pani/Pan, czytając ten tekst odniosła wrażenie, że jak się trochę pogłównkuje, to można ustalić **uniwersalne** zasady poprawy prac pisemnych. Jeżeli tak, to jest mi bardzo miło - jesteśmy w jednej drużynie.

Nasuwa się pytanie: jeżeli można ustalić **uniwersalne** zasady poprawy prac pisemnych, to dlaczego przed poprawą każdego egzaminu maturalnego OKE instruuje egzaminatorów jak poprawiać **poszczególne zadania**?

Ile punktów dajemy, jeżeli w zadaniu x, ktoś napisze tak, a ile jeżeli tak itd.

I najważniejsze: dlaczego kochane władze oświatowe takich uniwersalnych zasad, chociażby tylko w odniesieniu do egzaminu maturalnego nie ustalą?!

Myślę, że możliwe powody są co najmniej dwa:

- można wykonywać różne manewry. Jeżeli matura wypadnie słabo (a władzuchna tego nie lubi), to się przyjmie takie kryteria, żeby zawyżyć oceny...
- jeżeli Ona ustaliłaby te kryteria (i parę innych rzeczy, które można ustalić raz a dobrze, a nie polegać na nieustannej opiece urzędników oświatowych), to po co nam wtedy będą potrzebne te całe OKE, te szkolenia i takie tam...

Może ktoś pomyśleć, że Ona jest niepotrzebna!

Fachowcy od „szkoleń” też muszą zarobić, a biorą niemało!

A może tylko ja jestem taki złośliwy, a Ona po prostu na to nie wpadła?

Sam już nie wiem...Oceńcie sami.

Zachęcam do zwracania się do mnie z problemami, z jakimi spotykają się Państwo w swojej pracy. Jeżeli znają Państwo rozwiązanie (lub choćby sugestię) problemów, z którymi borykają się inni - również proszę o kontakt. Wasze przemyślenia opublikujemy.

Pozdrawiam serdecznie.

Autor opracowania: Tadeusz Socha

Kontakt: tadesor@gmail.com