

Miejsce na naklejkę z kodem

# ARKUSZ PRÓBNEJ MATURY Z OPERONEM MATEMATYKA

**POZIOM ROZSZERZONY**

**Czas pracy 180 minut**

## Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 13 stron (zadania 1–11). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zamieść w miejscu na to przeznaczonym.
3. W rozwiązaniach zadań przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
4. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie podlegają ocenie.
7. Obok każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów, którą możesz uzyskać za jego poprawne rozwiązanie.
8. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

*Życzymy powodzenia!*

**LISTOPAD  
ROK 2009**

Za rozwiązanie  
wszystkich zadań  
można otrzymać  
łącznie **50 punktów**.

Wpisuje zdający przed rozpoczęciem pracy

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**PESEL ZDAJĄCEGO**

--	--	--

**KOD  
ZDAJĄCEGO**

**Zadanie 1. (4 pkt)**

Rozwiąż układ równań:

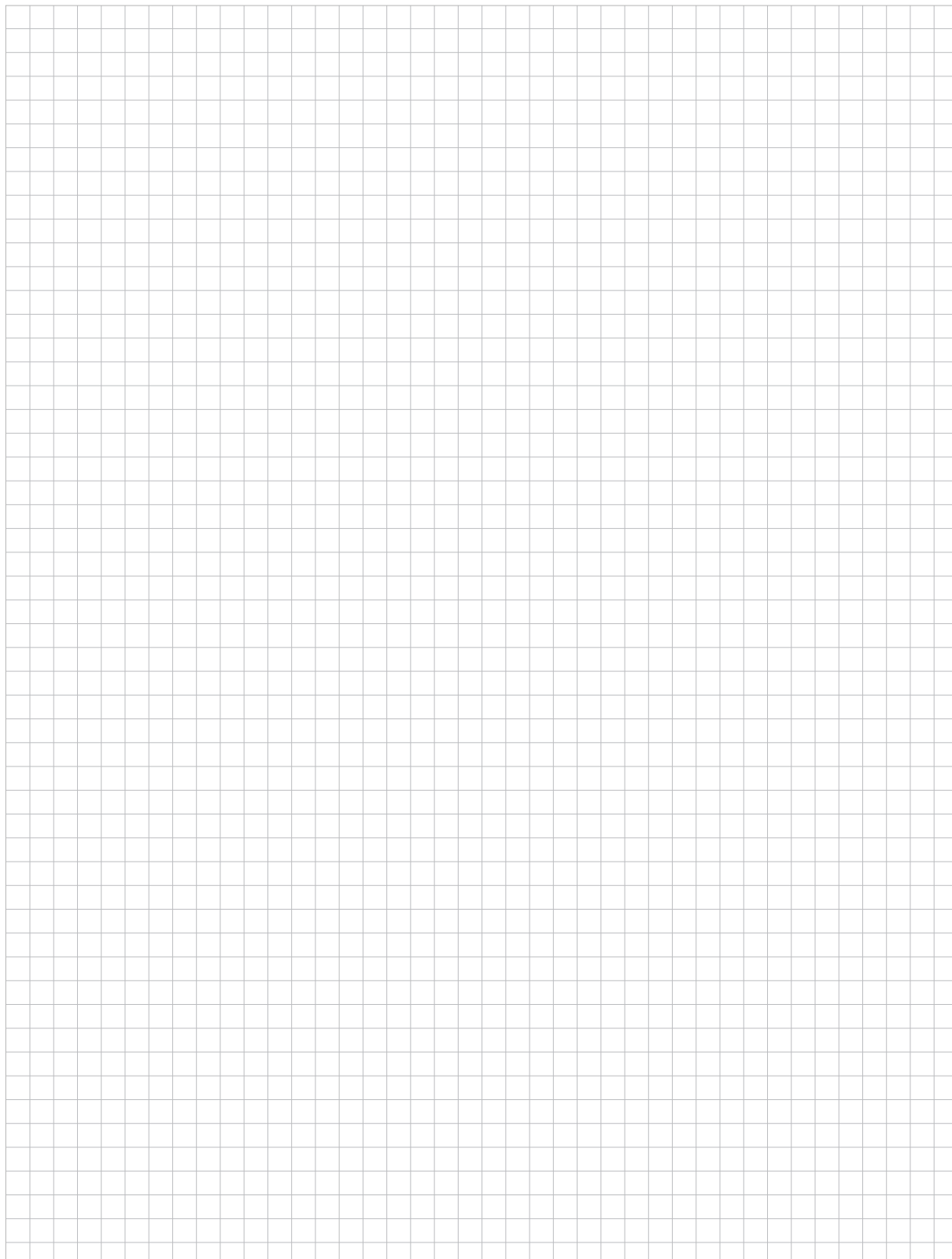
$$\begin{cases} 3 = |x| + |y| \\ 3 = 2|x| + y \end{cases}$$



**Zadanie 2. (5 pkt)**

Określ, jaką liczbą – dodatnią czy ujemną, jest  $\sin x + \cos x$ , wiedząc, że  $x \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$

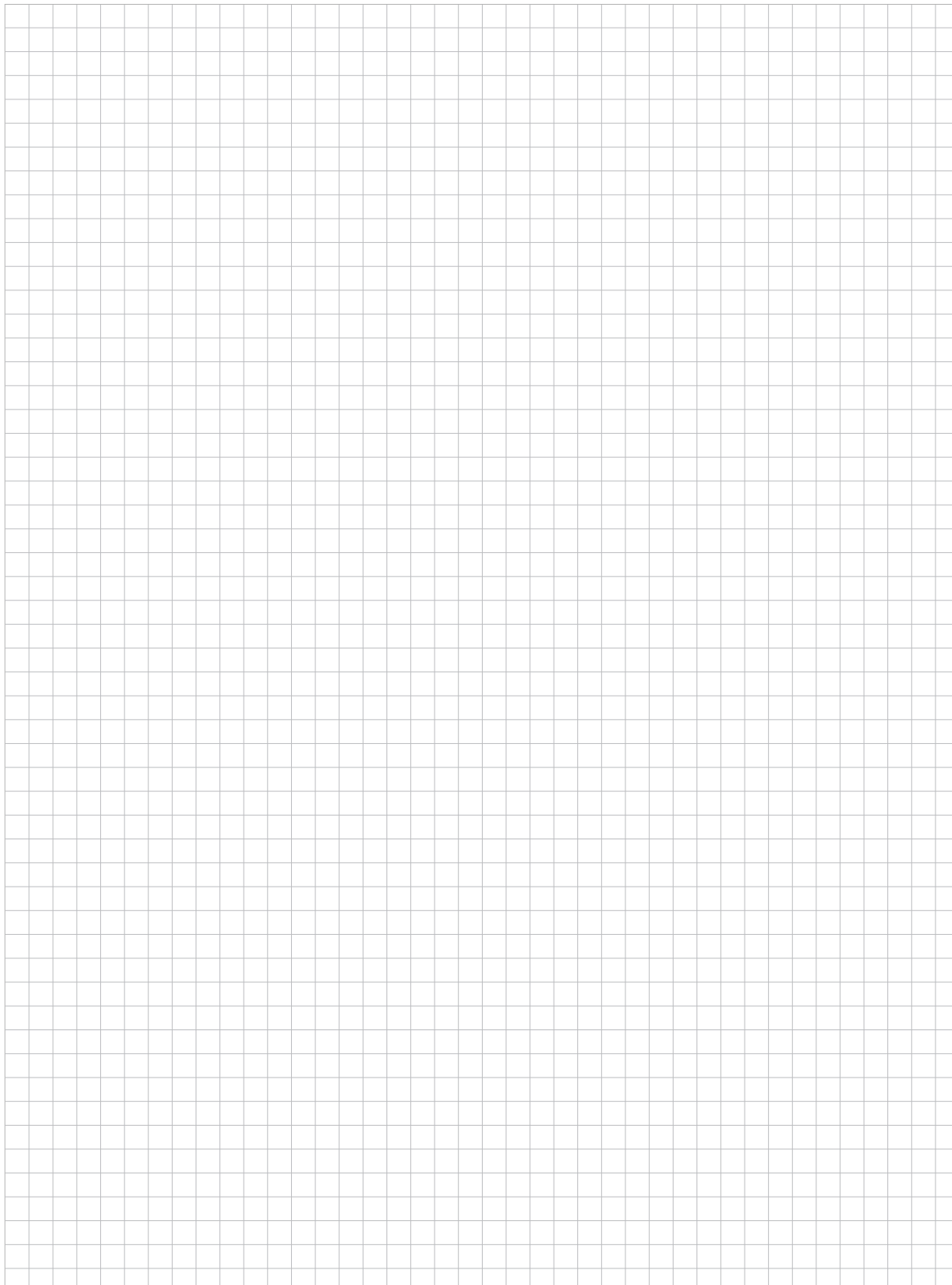
i  $(1 + \sin x)\left(\frac{1}{\cos x} - \operatorname{tg} x\right) + \frac{1}{3} = 0$ .



**Zadanie 3. (5 pkt)**

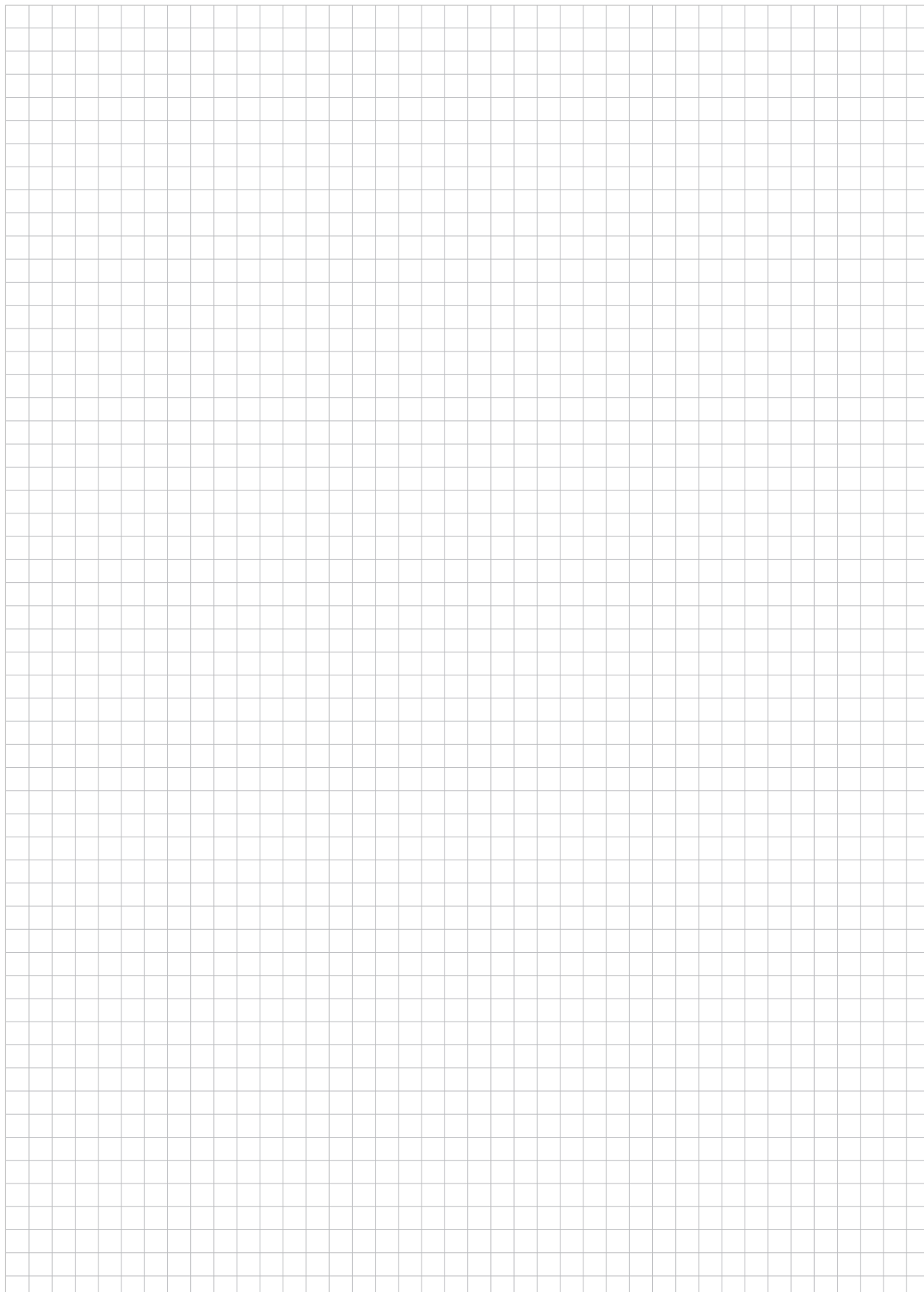
Obrazem odcinka  $AB$ , gdzie  $A = (1, 0)$  i  $B = (2, 1)$  w jednokładności o skali  $k > 1$  i środku  $P$  jest odcinek  $CD$ , gdzie  $C = (4, 0)$ ,  $D = (6, 2)$ .

Zapisz równanie okręgu o środku w punkcie  $P$  i promieniu  $|AB|$ .



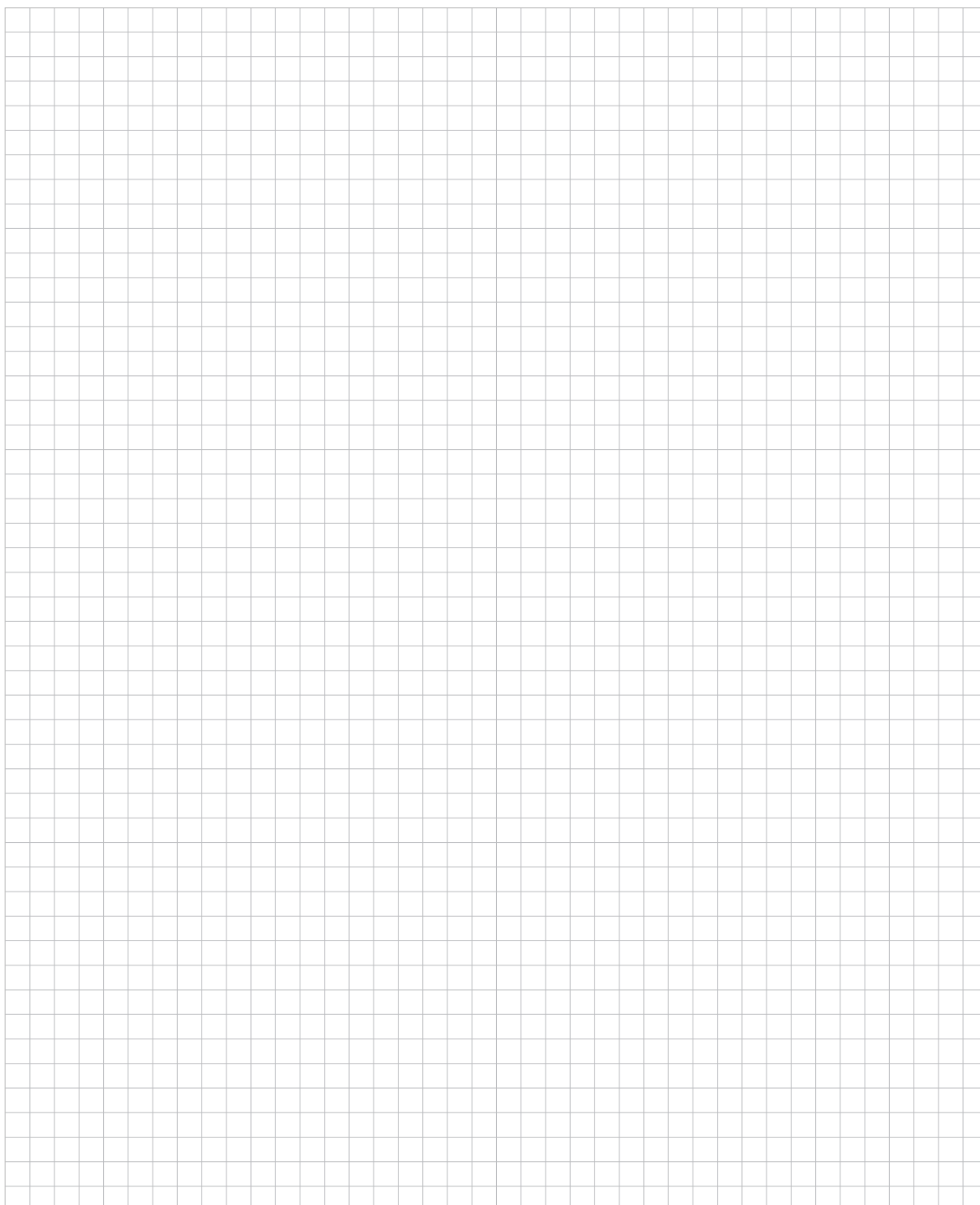
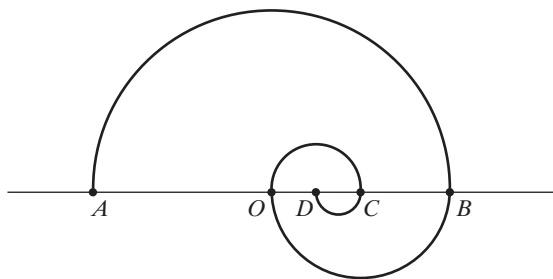
**Zadanie 4. (4 pkt)**

Wykaż, że dla  $a > 1$  i  $x > 1$  zachodzi nierówność  $\log_a x + \log_x a \geq \log 100$ .



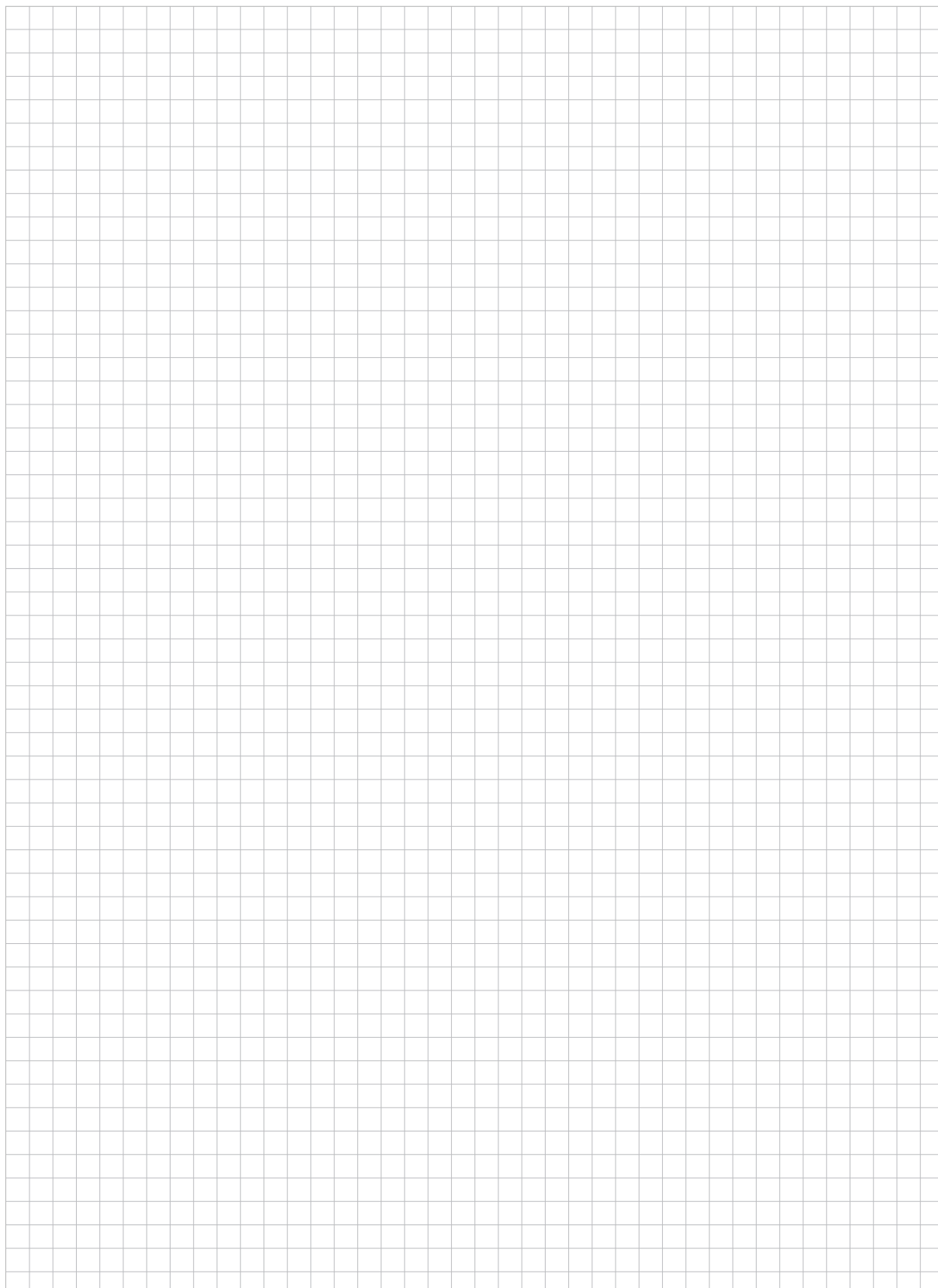
**Zadanie 5. (3 pkt)**

Spiralę tworzymy następująco: kreślimy półokrąg o średnicy  $|AB| = 2r$  i środku  $O$ , do tego półokręgu dorysowujemy półokrąg o średnicy  $OB$  i środku  $C$ . Następnie kreślimy półokrąg o średnicy  $OC$  i środku  $D$  itd. Oblicz długość spirali złożonej z dziesięciu tak otrzymanych półokręgów.



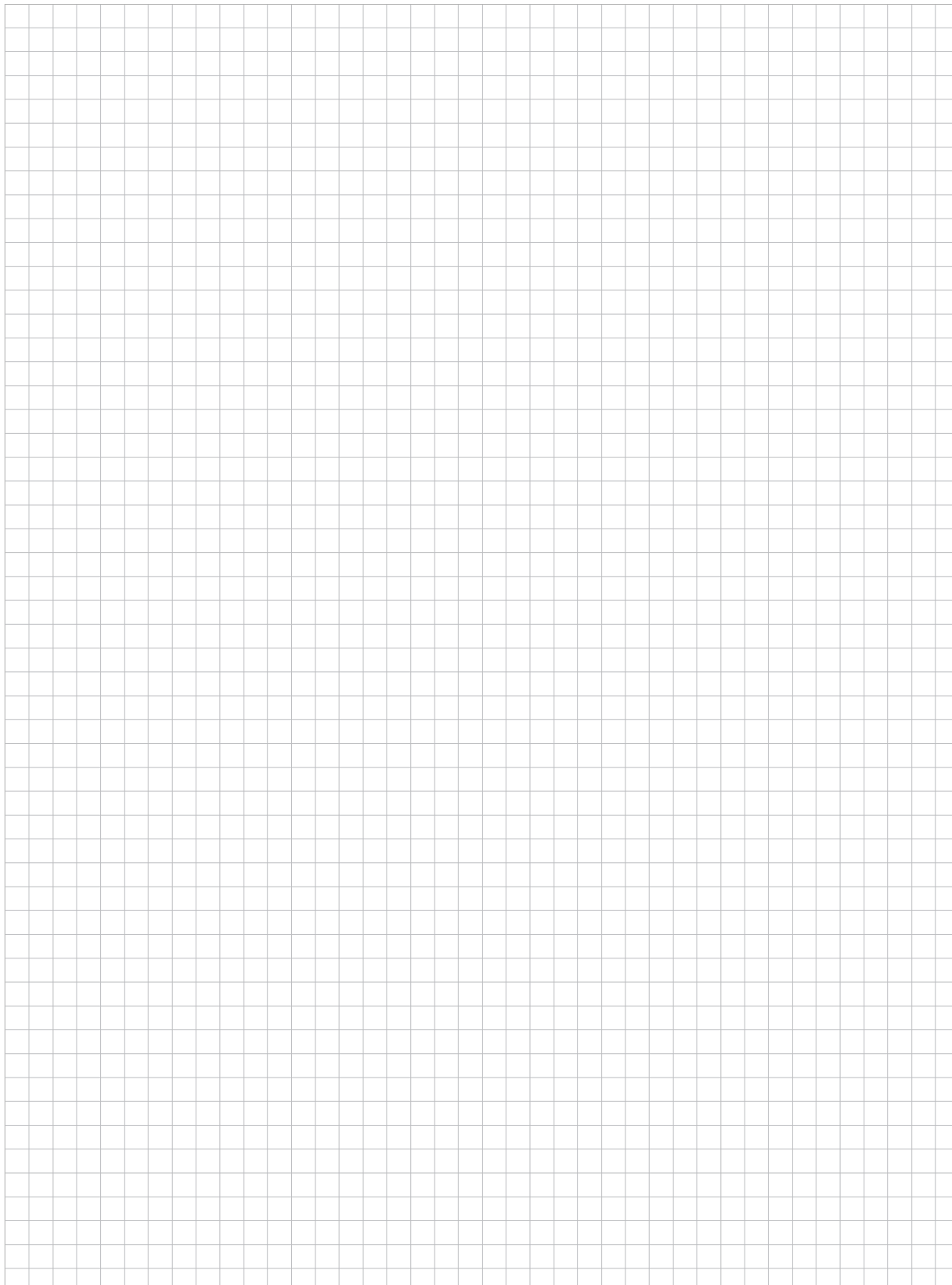
**Zadanie 6. (5 pkt)**

Wykaż, że suma odwrotności pierwiastków wielomianu  $W(x) = x^4 + x^3 - 4x^2 - 2x + 4$  jest liczbą wymierną.



**Zadanie 7. (4 pkt)**

Punkty równoodległe od prostej o równaniu  $y = -\frac{1}{2}$  i punktu  $P = \left(0, \frac{1}{2}\right)$  należą do wykresu funkcji  $f$ .  
Znajdź wzór tej funkcji.





**Zadanie 8. (4 pkt)**

Boki trójkąta  $ABC$  są równe  $a, b, c$ . Oblicz długość środkowej poprowadzonej z wierzchołka  $A$  do boku  $a$ .



**Zadanie 9. (5 pkt)**

Liczby naturalne parzyste od 2 do 100 zapisujemy kolejno jedna za drugą, tworząc liczbę naturalną  $a$ . Czy liczba  $a$  jest kwadratem pewnej liczby naturalnej? Wskazówka: zbadaj podzielność sumy cyfr.



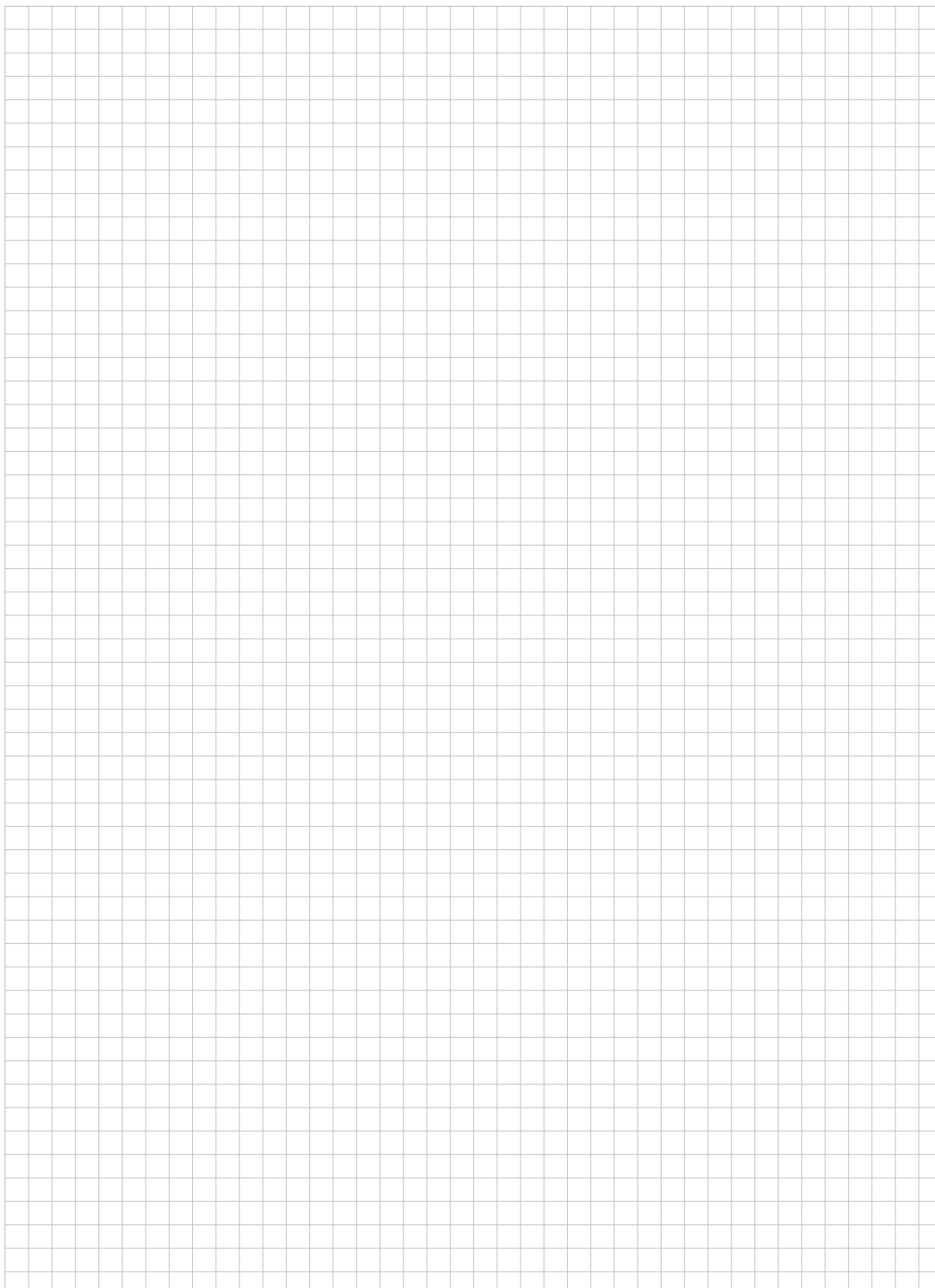
**Zadanie 10. (5 pkt)**

Określ, dla jakich wartości parametru  $k$  równanie  $x^2 + (k + 1)x + 0,5(k + 5) = 0$  ma dwa różne pierwiastki dodatnie.



**Zadanie 11. (6 pkt)**

Trapez o ramionach długości 6 i 10 jest opisany na okręgu. Odcinek łączący środki ramion trapezu dzieli trapez na dwie części, których pola pozostają w stosunku 3 : 5. Oblicz długości podstaw trapezu.



**BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)**

