

MATEMATYKA

IV etap edukacyjny

Cele kształcenia – wymagania ogólne

POZIOM PODSTAWOWY	POZIOM ROZSZERZONY
I. Wykorzystanie i tworzenie informacji	
<i>Uczeń interpretuje tekst matematyczny. Po rozwiązaniu zadania interpretuje otrzymany wynik</i>	<i>Uczeń używa języka matematycznego do opisu rozumowania i uzyskanych wyników</i>
II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji	
<i>Uczeń używa prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych</i>	<i>Uczeń rozumie i interpretuje pojęcia matematyczne oraz operuje obiektami matematycznymi</i>
III. Modelowanie matematyczne	
<i>Uczeń dobiera model matematyczny do prostej sytuacji i krytycznie ocenia trafność modelu</i>	<i>Uczeń buduje model matematyczny danej sytuacji, uwzględniając ograniczenia i zastrzeżenia</i>
IV. Użycie i tworzenie strategii	
<i>Uczeń stosuje strategię, która jasno wynika z treści zadania</i>	<i>Uczeń tworzy strategię rozwiązania problemu</i>
V. Rozumowanie i argumentacja	
<i>Uczeń prowadzi proste rozumowanie, składające się z niewielkiej liczby kroków</i>	<i>Uczeń tworzy łańcuch argumentów i uzasadnia jego poprawność</i>

Treści nauczania i umiejętności – wymagania szczegółowe

Uczeń demonstruje opanowanie umiejętności ogólnych, rozwiązując zadania, w których:

POZIOM PODSTAWOWY	POZIOM ROZSZERZONY
1. Liczby rzeczywiste	
<p>1.1. przedstawia liczby rzeczywiste w różnych postaciach (np. ułamka zwykłego, ułamka dziesiętnego okresowego, z użyciem symboli pierwiastków, potęg)</p> <p>1.2. oblicza wartości wyrażeń arytmetycznych (wymiernych).</p> <p>1.3. posługuje się w obliczeniach pierwiastkami dowolnego stopnia i stosuje prawa działań na pierwiastkach</p> <p>1.4. oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych i stosuje prawa działań na potęgach o wykładnikach wymiernych</p> <p>1.5. wykorzystuje podstawowe własności potęg (również w zagadnieniach związanych z innymi dziedzinami wiedzy, np. fizyką, chemią, informatyką)</p> <p>1.6. oblicza błąd bezwzględny i błąd względny przybliżenia</p> <p>1.7. posługuje się pojęciem przedziału liczbowego, zaznacza przedziały na osi liczbowej</p> <p>1.8. wykonuje obliczenia procentowe, oblicza podatki, zysk z lokat (również złożonych na procent składany i na okres krótszy niż rok) itp.</p>	<p>1.9. wykorzystuje pojęcie wartości bezwzględnej i jej interpretację geometryczną, zaznacza na osi liczbowej zbiory opisane za pomocą równań i nierówności typu: $x - a = b$, $x - a < b$, $x - a \geq b$.</p> <p>1.10. wykorzystuje definicję logarytmu i stosuje w obliczeniach wzory na logarytm iloczynu, logarytm ilorazu, logarytm potęgi oraz wzór na zamianę podstawy logarytmu</p>
2. Wyrażenia algebraiczne	
<p>2.1. używa wzorów skróconego mnożenia na $(a \pm b)^2$ oraz $a^2 - b^2$.</p>	<p>2.2. używa wzorów skróconego mnożenia na $(a \pm b)^3$ oraz $a^3 \pm b^3$</p> <p>2.3. dzieli wielomiany przez dwumian $ax + b$</p> <p>2.4. rozkłada wielomian na czynniki, stosując wzory skróconego mnożenia lub wyłączając wspólny czynnik przed nawias</p> <p>2.5. dodaje, odejmuje i mnoży wielomiany</p>

	<p>2.6. wyznacza dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego z jedną zmienną, w którym w mianowniku występują tylko wyrażenia dające się łatwo sprowadzić do iloczynu wielomianów liniowych i kwadratowych</p> <p>2.7. dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli wyrażenia wymierne; rozszerza wyrażenia wymierne, w łatwych przykładach skraca wyrażenia wymierne</p>
<h3>3. Równania i nierówności</h3>	
<p>3.1. sprawdza, czy dana liczba rzeczywista jest rozwiązaniem równania lub nierówności</p> <p>3.2. wykorzystuje interpretację geometryczną układu równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi</p> <p>3.3. rozwiązuje nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą</p> <p>3.4. rozwiązuje równania kwadratowe z jedną niewiadomą</p> <p>3.5. rozwiązuje nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą</p> <p>3.6. korzysta z definicji pierwiastka do rozwiązywania równań typu $x^3 = -8$.</p> <p>3.7. korzysta z własności iloczynu przy rozwiązywaniu równań typu $x(x + 1)(x - 7) = 0.$</p> <p>3.8. rozwiązuje proste równania wymierne, prowadzące do równań liniowych lub kwadratowych, np. $\frac{x+1}{x+3} = 2, \quad \frac{x+1}{x} = 2x.$</p>	<p>3.9. stosuje wzory Viète'a</p> <p>3.10. rozwiązuje równania i nierówności liniowe i kwadratowe z parametrem</p> <p>3.11. rozwiązuje układy równań, prowadzące do równań kwadratowych</p> <p>3.12. stosuje twierdzenie o reszcie z dzielenia wielomianu przez dwumian $x - a$.</p> <p>3.13. stosuje twierdzenie o pierwiastkach wymiernych wielomianu o współczynnikach całkowitych</p> <p>3.14. rozwiązuje równania wielomianowe dające się łatwo sprowadzić do równań kwadratowych</p> <p>3.15. rozwiązuje łatwe nierówności wielomianowe</p> <p>3.16. rozwiązuje proste nierówności wymierne typu: $\frac{x+1}{x+3} > 2, \quad \frac{3x-2}{4x-7} \leq \frac{1-3x}{5-4x},$ $\frac{x+3}{x^2-16} < \frac{2x}{x^2-4x}.$</p> <p>3.17. Rozwiązuje równania i nierówności z wartością bezwzględną, o poziomie trudności nie wyższym, niż: $x + 1 - 2 = 3, x + 1 + x + 2 < 3.$</p>
<h3>4. Funkcje</h3>	
<p>4.1. określa funkcje za pomocą wzoru, tabeli, wykresu, opisu słownego</p> <p>4.2. oblicza ze wzoru wartość funkcji dla danego argumentu. Posługuje się poznanymi metodami rozwiązywania równań do obliczenia, dla jakiego argumentu funkcja przyjmuje daną wartość</p>	<p>4.16. na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ szkicuje wykresy funkcji $y = f(x)$, $y = c \cdot f(x)$, $y = f(cx)$.</p> <p>4.17. szkicuje wykresy funkcji logarytmicznych dla różnych podstaw</p> <p>4.18. posługuje się funkcjami logarytmicznymi do opisu zjawisk fizycznych,</p>

<p>4.3. odczytuje z wykresu najważniejsze własności funkcji (dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, maksymalne przedziały, w których funkcja rośnie, maleje, ma stały znak, punkty, w których funkcja przyjmuje w danym przedziale wartość największą lub najmniejszą).</p> <p>4.4. na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ szkicuje wykresy funkcji $y = f(x + a)$, $y = f(x) + a$, $y = -f(x)$, $y = f(-x)$.</p> <p>4.5. rysuje wykres funkcji liniowej, korzystając z jej wzoru.</p> <p>4.6. wyznacza wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o tej funkcji lub o jej wykresie.</p> <p>4.7. interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej.</p> <p>4.8. szkicuje wykres funkcji kwadratowej, korzystając z jej wzoru.</p> <p>4.9. wyznacza wzór funkcji kwadratowej na podstawie pewnych informacji o tej funkcji lub o jej wykresie.</p> <p>4.10. interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej, w postaci ogólnej i w postaci iloczynowej (o ile istnieje).</p> <p>4.11. wyznacza wartość najmniejszą i wartość największą funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym.</p> <p>4.12. wykorzystuje własności funkcji liniowej i kwadratowej do interpretacji zagadnień geometrycznych, fizycznych itp. (także osadzonych w kontekście praktycznym).</p> <p>4.13. szkicuje wykres funkcji $f(x) = a/x$ dla danego a, korzysta ze wzoru i wykresu tej funkcji do interpretacji zagadnień związanych z wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi.</p> <p>4.14. szkicuje wykresy funkcji wykładniczych dla różnych podstaw.</p> <p>4.15. posługuje się funkcjami wykładniczymi do opisu zjawisk fizycznych, chemicznych, a także w zagadnieniach osadzonych w kontekście praktycznym</p>	<p>chemicznych, a także w zagadnieniach osadzonych w kontekście praktycznym</p> <p>4.19. szkicuje wykres funkcji określonej różnymi wzorami w różnych przedziałach, odczytuje własności takiej funkcji z wykresu</p>
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

5. Ciągi	
<p>5.1. wyznacza wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym</p> <p>5.2. bada, czy dany ciąg jest arytmetyczny lub geometryczny</p> <p>5.3. stosuje wzór na n-ty wyraz i na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego</p> <p>5.4. stosuje wzór na n-ty wyraz i na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego</p>	<p>5.5. wyznacza wyrazy ciągu określonego wzorem rekurencyjnym</p> <p>5.6. oblicza granice ciągów, korzystając z granic ciągów typu $1/n$, $1/n^2$ oraz z twierdzeń o działaniach na granicach ciągów</p> <p>5.7. rozpoznaje szeregi geometryczne zbieżne i oblicza ich sumy</p>
6. Trygonometria	
<p>6.1. wykorzystuje definicje i wyznacza wartości funkcji sinus, cosinus i tangens kątów ostrych</p> <p>6.2. korzysta z przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych (odczytanych z tablic lub obliczonych za pomocą kalkulatora)</p> <p>6.3. oblicza miarę kąta ostrego, dla której funkcja trygonometryczna przyjmuje daną wartość (miarę dokładną albo – korzystając z tablic lub kalkulatora – przybliżoną)</p> <p>6.4. stosuje proste zależności między funkcjami trygonometrycznymi: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ oraz $\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$.</p> <p>6.5. znając wartość jednej z funkcji trygonometrycznych, wyznacza wartości pozostałych funkcji tego samego kąta ostrego</p>	<p>6.6. stosuje miarę łukową, potrafi zamienić miarę łukową kąta na stopniową i odwrotnie</p> <p>6.7. wykorzystuje definicje i wyznacza wartości funkcji sinus, cosinus i tangens dowolnego kąta (przez sprowadzenie do przypadku kąta ostrego)</p> <p>6.8. wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych</p> <p>6.9. posługuje się wykresami funkcji trygonometrycznych (np. przy rozwiązywaniu nierówności typu $\sin x > a$, $\cos x \leq a$, $\operatorname{tg} x > a$)</p> <p>6.10. stosuje wzory na sinus i cosinus sumy i różnicy kątów, sumę i różnicę sinusów i cosinusów kątów</p> <p>6.11. rozwiązuje równania i nierówności trygonometryczne o poziomie trudności nie wyższym, niż $\sin 2x = \frac{1}{2}$, $\sin 2x + \cos x = 1$, $\sin x + \cos x = 1$, $\cos 2x < \frac{1}{2}$</p>
7. Planimetria	
<p>7.1. stosuje zależności między kątem środkowym i kątem wpisanym</p> <p>7.2. korzysta z własności stycznej do okręgu i własności okręgów stycznych</p> <p>7.3. rozpoznaje trójkąty podobne i wykorzystuje (także w kontekstach praktycznych) cechy podobieństwa trójkątów</p> <p>7.4. korzysta z własności funkcji trygono-</p>	<p>7.5. stosuje twierdzenia charakteryzujące czworokąty wpisane w okrąg i czworokąty opisane na okręgu</p> <p>7.6. stosuje twierdzenie Taleasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Taleasa do obliczania długości odcinków i ustalania równoległości prostych</p> <p>7.7. znajduje obrazy niektórych figur geo-</p>

<p>metrycznych w łatwych obliczeniach geometrycznych, w tym ze wzoru na pole trójkąta ostrokątnego o danych dwóch bokach i kącie między nimi</p>	<p>metrycznych w jednokładności (odcinka, trójkąta, czworokąta itp.)</p> <p>7.8. rozpoznaje figury podobne i jednokładne; wykorzystuje (także w kontekstach praktycznych) ich własności</p> <p>7.9. znajduje związki miarowe w figurach płaskich z zastosowaniem twierdzenia sinusów i twierdzenia cosinusów</p>
<p>8. Geometria na płaszczyźnie kartezjańskiej</p>	
<p>8.1. wyznacza równanie prostej przechodzącej przez dwa dane punkty (w postaci kierunkowej lub ogólnej)</p> <p>8.2. bada równoległość i prostopadłość prostych na podstawie ich równań kierunkowych</p> <p>8.3. wyznacza równanie prostej, która jest równoległa do danej prostej i przechodzi przez dany punkt</p> <p>8.4. oblicza współrzędne punktu przecięcia dwóch prostych</p> <p>8.5. wyznacza współrzędne środka odcinka.</p> <p>8.6. oblicza odległość dwóch punktów</p> <p>8.7. znajduje obrazy niektórych figur geometrycznych (punktu, prostej, odcinka, okręgu, trójkąta itp.) w symetrii osiowej względem osi układu współrzędnych i symetrii środkowej względem początku układu</p>	<p>8.8. interpretuje graficznie nierówność liniową z dwiema niewiadomymi oraz układy takich nierówności</p> <p>8.9. bada równoległość i prostopadłość prostych na podstawie ich równań ogólnych</p> <p>8.10. wyznacza równanie prostej, która jest prostopadła do danej prostej i przechodzi przez dany punkt</p> <p>8.11. oblicza odległość punktu od prostej.</p> <p>8.12. posługuje się równaniem okręgu $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ oraz opisuje koła za pomocą nierówności</p> <p>8.13. wyznacza punkty wspólne prostej i okręgu</p> <p>8.14. oblicza współrzędne oraz długość wektora; dodaje i odejmuje wektory oraz mnoży je przez liczbę. Interpretuje geometrycznie działania na wektorach</p> <p>8.15. stosuje wektory do opisu przesunięcia wykresu funkcji</p>
<p>9. Stereometria</p>	
<p>9.1. rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi, itp.), oblicza miary tych kątów</p> <p>9.2. rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąt między odcinkami i płaszczyznami (między krawędziami i ścianami, przekątnymi i ścianami), oblicza miary tych kątów</p> <p>9.3. rozpoznaje w walcach i w stożkach kąt między odcinkami oraz kąt między</p>	<p>9.7. określa, jaką figurą jest dany przekrój graniastosłupa lub ostrosłupa płaszczyzną</p>

<p>odcinkami i płaszczyznami (np. kąt między tworzącymi stożka, kąt między tworzącą a podstawą), oblicza miary tych kątów</p> <p>9.4. rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między ścianami</p> <p>9.5. określa, jaką figurą jest dany przekrój prostopadłościanu płaszczyzną</p> <p>9.6. stosuje trygonometrię do obliczeń długości odcinków, miar kątów, pól powierzchni i objętości</p>	
<p>10. Elementy statystyki opisowej. Teoria prawdopodobieństwa i kombinatoryka</p>	
<p>10.1. oblicza średnią ważoną i odchylenie standardowe zestawu danych (także w przypadku danych odpowiednio pogrupowanych), interpretuje te parametry dla danych empirycznych</p> <p>10.2. zlicza obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych, niewymagających użycia wzorów kombinatorycznych, stosuje regułę mnożenia i regułę dodawania</p> <p>10.3. oblicza prawdopodobieństwa w prostych sytuacjach, stosując klasyczną definicję prawdopodobieństwa</p>	<p>10.4. wykorzystuje wzory na liczbę permutacji, kombinacji, wariacji i wariacji z powtórzeniami do zliczania obiektów w bardziej złożonych sytuacjach kombinatorycznych</p> <p>10.5. oblicza prawdopodobieństwo warunkowe</p> <p>10.6. korzysta z twierdzenia o prawdopodobieństwie całkowitym</p>
<p>11. Rachunek różniczkowy</p>	
	<p>11.1. oblicza granice funkcji (także granice jednostronne), korzystając z twierdzeń o działaniach na granicach i z własności funkcji ciągłych</p> <p>11.2. oblicza pochodne funkcji wielomianowych i wymiernych</p> <p>11.3. korzysta z geometrycznej i fizycznej interpretacji pochodnej</p> <p>11.4. korzysta z własności pochodnej do wyznaczenia przedziałów monotoniczności funkcji</p> <p>11.5. znajduje ekstrema funkcji wielomianowych i wymiernych</p> <p>11.6. stosuje pochodne do rozwiązywania zagadnień optymalizacyjnych</p>