Arkusz zawiera informacje prawnie chronione do momentu rozpoczęcia egzaminu.

MMA 2017

UZUPEŁNIA ZDAJĄCY

KOD | **PESEL**

miejsce na naklejkę

EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

POZIOM PODSTAWOWY

UZUPEŁNIA ZESPÓŁ NADZORUJĄCY

Uprawnienia zdającego do:

- ☐ dostosowania kryteriów oceniania
- ☐ nieprzenoszenia zaznaczeń na kartę
- ☐ dostosowania w zw. z dyskalkulią

DATA: **5 maja 2017 r.**

GODZINA ROZPOCZĘCIA: **9:00**

CZAS PRACY: **170 minut**

LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50**

NOWA FORMUŁA

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 26 stron (zadania 1–34). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Odpowiedzi do zadań zamkniętych (1–25) zaznacz na karcie odpowiedzi, w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj ■ pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem i zaznacz właściwe.
4. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego (26–34) może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
5. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
6. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
7. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
8. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki, a także z kalkulatora prostego.
9. Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
10. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.

MMA-P1_**1**P-172

MMA 2017

W zadaniach od 1. do 25. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Liczba $5^8 \cdot 16^{-2}$ jest równa

A. $\left(\frac{5}{2}\right)^8$ **B.** $\frac{5}{2}$ **C.** 10^8 **D.** 10

$$5^8 \cdot 16^{-2} = 5^8 \cdot (2^4)^{-2} = 5^8 \cdot 2^{-8} = 5^8 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^8 = \frac{5^8}{2^8} = \left(\frac{5}{2}\right)^8$$

Zadanie 2. (0–1)

Liczba $\sqrt[3]{54} - \sqrt[3]{2}$ jest równa

A. $\sqrt[3]{52}$ **B.** 3 **C.** $2\sqrt[3]{2}$ **D.** 2

$$\sqrt[3]{54} - \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{27 \cdot 2} - \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{27} \cdot \sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{2} = 3 \cdot \sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{2} = 2 \cdot \sqrt[3]{2}$$

Zadanie 3. (0–1)

Liczba $2\log_2 3 - 2\log_2 5$ jest równa

A. $\log_2 \frac{9}{25}$ **B.** $\log_2 \frac{3}{5}$ **C.** $\log_2 \frac{9}{5}$ **D.** $\log_2 \frac{6}{25}$

$$2\log_2 3 - 2\log_2 5 = 2 \cdot (\log_2 3 - \log_2 5) = 2 \cdot \log_2 \frac{3}{5} = \log_2 \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \log_2 \frac{9}{25}$$

Zadanie 4. (0–1)

Liczba osobników pewnego zagrożonego wyginięciem gatunku zwierząt wzrosła w stosunku do liczby tych zwierząt z 31 grudnia 2011 r. o 120% i obecnie jest równa 8910. Ile zwierząt liczyła populacja tego gatunku w ostatnim dniu 2011 roku?

A. 4050 **B.** 1782 **C.** 7425 **D.** 7128

x - szukana wielkość populacji

Po wzroście o 120% mamy: $220\%\, x = 8910 \Leftrightarrow 2{,}2x = 8910 \Leftrightarrow x = 4050$

Zadanie 5. (0–1)

Równość $\left(x\sqrt{2}-2\right)^2 = \left(2+\sqrt{2}\right)^2$ jest

A. prawdziwa dla $x = -\sqrt{2}$.

B. prawdziwa dla $x = \sqrt{2}$.

C. prawdziwa dla $x = -1$.

D. fałszywa dla każdej liczby x.

Kwadraty dwóch liczb są równe, gdy te liczby są równe lub przeciwne:

$a^2 = b^2$ gdy $a = b$ lub $a = -b$

$$(x\sqrt{2}-2)^2 = (2+\sqrt{2})^2 \text{ gdy } \underbrace{x\sqrt{2} - 2 = 2 + \sqrt{2}}_{x=\frac{4+\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\frac{(4+\sqrt{2})\cdot\sqrt{2}}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}=2\sqrt{2}+1} \text{ lub } \underbrace{x\sqrt{2} - 2 = -(2+\sqrt{2})}_{x=-1}$$

BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*

Zadanie 6. (0–1)

Do zbioru rozwiązań nierówności $(x^4+1)(2-x)>0$ <u>nie należy</u> liczba

A. -3 **B.** -1 **C.** 1 **D.** 3

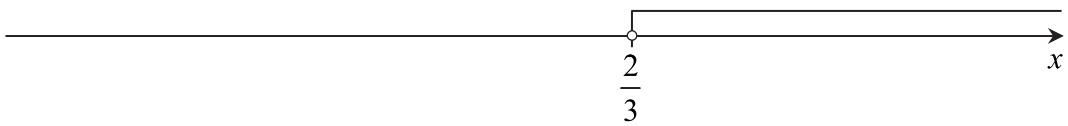
$$\underbrace{(x^4+1)}_{dodatnie}(2-x)>0, \text{ czyli musi być: } 2-x>0 \iff x<2$$

Zadanie 7. (0–1)

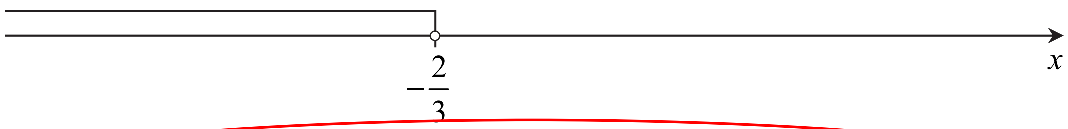
Wskaż rysunek, na którym jest przedstawiony zbiór wszystkich rozwiązań nierówności $2-3x\geq 4$.

A.

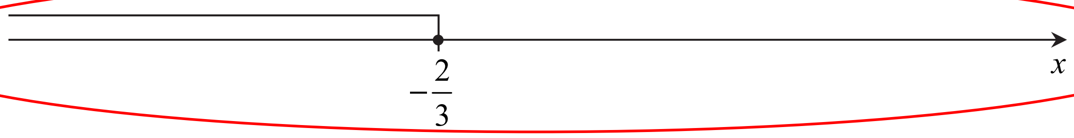
B.



C.



D.



$$2-3x\geq 4 \iff -3x\geq 2 \;|:(-3) \iff x\leq -\frac{2}{3}$$

Zadanie 8. (0–1)

Równanie $x(x^2-4)(x^2+4)=0$ z niewiadomą x

A. nie ma rozwiązań w zbiorze liczb rzeczywistych.

B. ma dokładnie dwa rozwiązania w zbiorze liczb rzeczywistych.

C. ma dokładnie trzy rozwiązania w zbiorze liczb rzeczywistych.

D. ma dokładnie pięć rozwiązań w zbiorze liczb rzeczywistych.

$$x(x^2-4)(x^2+4)=0 \iff \left\{x=0 \; lub \; \underbrace{x^2-4=0}_{x=2 \; lub \; x=-2} \; lub \; \underbrace{x^2+4=0}_{brak \; rozwiązań}\right\}$$

Zadanie 9. (0–1)

Miejscem zerowym funkcji liniowej $f(x)=\sqrt{3}(x+1)-12$ jest liczba

A. $\sqrt{3}-4$ **B.** $-2\sqrt{3}+1$ **C.** $4\sqrt{3}-1$ **D.** $-\sqrt{3}+12$

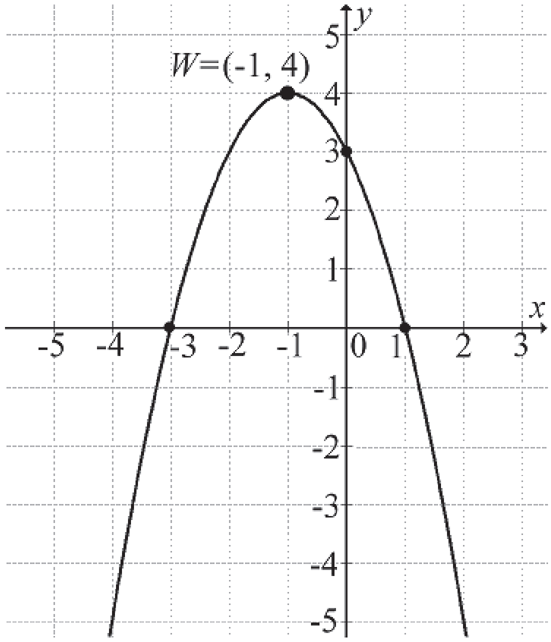
$$0=\sqrt{3}\cdot(x+1)-12 \iff 12=\sqrt{3}\cdot(x+1) \iff x+1=\frac{12}{\sqrt{3}}$$

$$x=\frac{12\cdot\sqrt{3}}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}-1=\frac{12\cdot\sqrt{3}}{3}-1=4\cdot\sqrt{3}-1$$

BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*

Zadanie 10. (0–1)

Na rysunku przedstawiono fragment wykresu funkcji kwadratowej $f(x)=ax^2+bx+c$, której miejsca zerowe to: -3 i 1.



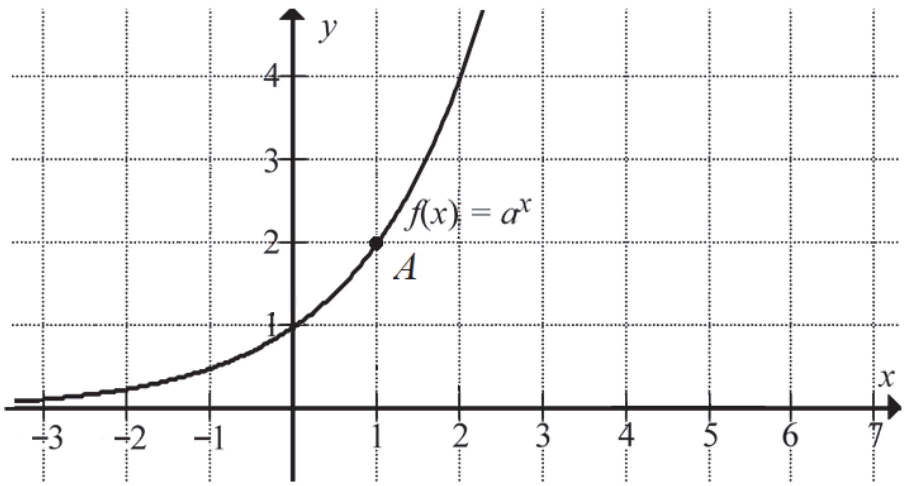
Współczynnik c we wzorze funkcji f jest równy

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

Współczynnik c to wartość funkcji dla $x=0$: $f(0)=c$,
czyli punkt przecięcia wykresu funkcji z osią Oy: $c=3$

Zadanie 11. (0–1)

Na rysunku przedstawiono fragment wykresu funkcji wykładniczej f określonej wzorem $f(x)=a^x$. Punkt $A=(1,2)$ należy do tego wykresu funkcji.



Podstawa a potęgi jest równa

$\underbrace{f(x)}_{y}=a^x,\ A=(\underbrace{1}_{x},\underbrace{2}_{y})$ co daje $2=a^1$ czyli $a=2$

A. $-\frac{1}{2}$ **B.** $\frac{1}{2}$ **C.** -2 **D.** 2

BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*

Zadanie 12. (0–1)

W ciągu arytmetycznym (a_n), określonym dla $n \geq 1$, dane są: $a_1 = 5$, $a_2 = 11$. Wtedy

A. $a_{14} = 71$ **B.** $a_{12} = 71$ **C.** $a_{11} = 71$ **D.** $a_{10} = 71$

$$r = a_2 - a_1 = 11 - 5 = 6$$

$$a_{10} = a_1 + 9r = 5 + 9 \cdot 6 = 59, \qquad a_{12} = a_1 + 11r = 5 + 11 \cdot 6 = 71$$

Zadanie 13. (0–1)

Dany jest trzywyrazowy ciąg geometryczny $(24, 6, a-1)$. Stąd wynika, że

A. $a = \frac{5}{2}$ **B.** $a = \frac{2}{5}$ **C.** $a = \frac{3}{2}$ **D.** $a = \frac{2}{3}$

Własność trzech kolejnych wyrazów ciągu:

$$6^2 = 24 \cdot (a-1) \iff \frac{36}{24} = a - 1 \iff \frac{3}{2} + 1 = a \iff a = \frac{5}{2}$$

Zadanie 14. (0–1)

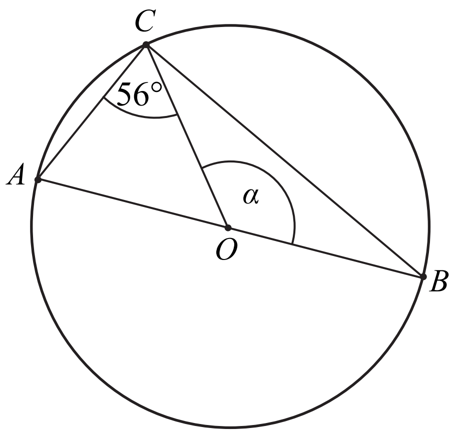
Jeśli $m = \sin 50°$, to

A. $m = \sin 40°$ **B.** $m = \cos 40°$ **C.** $m = \cos 50°$ **D.** $m = \operatorname{tg} 50°$

$$\sin\alpha = \cos\beta \ \textit{jeżeli}\ \alpha + \beta = 90°$$

Zadanie 15. (0–1)

Na okręgu o środku w punkcie O leży punkt C (zobacz rysunek). Odcinek AB jest średnicą tego okręgu. Zaznaczony na rysunku kąt środkowy α ma miarę



A. 116° **B.** 114° **C.** 112° **D.** 110°

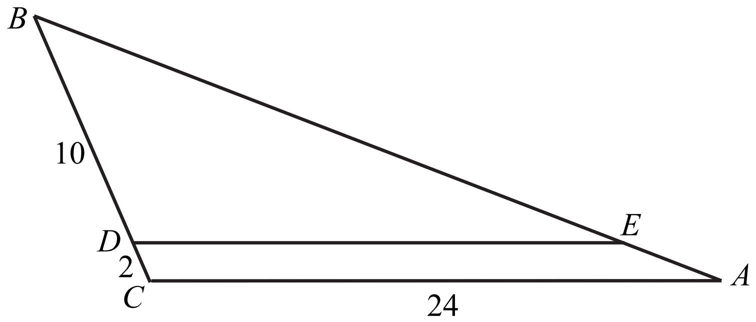
Trójkąt AOC jest równoramienny i suma jego kątów daje 180°, dlatego:

$$2 \cdot 56° + 180° - \alpha = 180° \iff \alpha = 112°$$

BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*

Zadanie 16. (0–1)

W trójkącie ABC punkt D leży na boku BC, a punkt E leży na boku AB. Odcinek DE jest równoległy do boku AC, a ponadto $|BD| = 10$, $|BC| = 12$ i $|AC| = 24$ (zobacz rysunek).



Długość odcinka DE jest równa

A. 22 **B.** 20 **C.** 12 **D.** 11

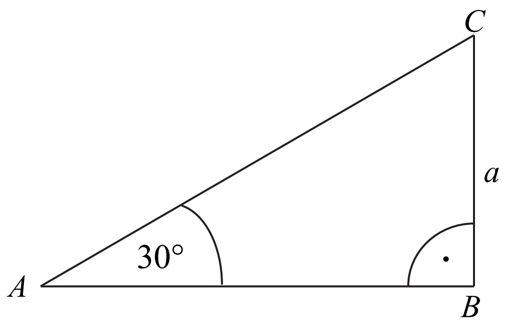
Trójkąty BCA i BDE są podobne, bo mają takie same kąty.

Skala podobieństwa: $k = \frac{|BC|}{|BD|} = \frac{12}{10} = \frac{6}{5}$

$$\frac{|AC|}{|DE|} = k \iff \frac{24}{|DE|} = \frac{6}{5} \iff |DE| = \frac{24 \cdot 5}{6} = 20$$

Zadanie 17. (0–1)

Obwód trójkąta ABC, przedstawionego na rysunku, jest równy



A. $\left(3 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)a$

B. $\left(2 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)a$

C. $\left(3 + \sqrt{3}\right)a$

D. $\left(2 + \sqrt{2}\right)a$

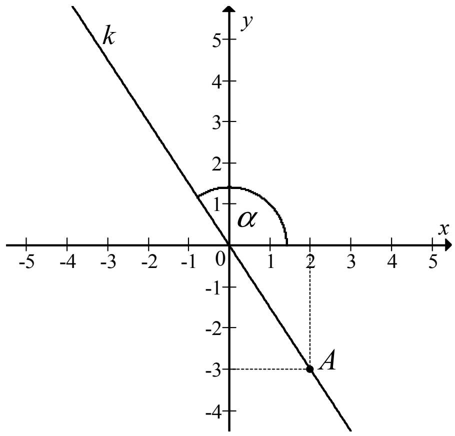
Długości boków trójkąta: $|BC| = a, |AC| = 2a, |AB| = a\sqrt{3}$

Obwód: $a + 2a + a\sqrt{3} = 3a + a\sqrt{3} = a\left(3 + \sqrt{3}\right)$

BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*

Zadanie 18. (0–1)

Na rysunku przedstawiona jest prosta k, przechodząca przez punkt $A=(2,-3)$ i przez początek układu współrzędnych, oraz zaznaczony jest kąt α nachylenia tej prostej do osi Ox.



Zatem

A. $\operatorname{tg}\alpha=-\frac{2}{3}$ **B.** $\operatorname{tg}\alpha=-\frac{3}{2}$ **C.** $\operatorname{tg}\alpha=\frac{2}{3}$ **D.** $\operatorname{tg}\alpha=\frac{3}{2}$

Prosta przechodząca przez początek układu ma równanie $y = ax$

$$-3 = a\cdot 2 \iff a = -\frac{3}{2} = tg\alpha$$

Zadanie 19. (0–1)

Na płaszczyźnie z układem współrzędnych proste k i l przecinają się pod kątem prostym w punkcie $A=(-2,4)$. Prosta k jest określona równaniem $y=-\frac{1}{4}x+\frac{7}{2}$. Zatem prostą l opisuje równanie

A. $y=\frac{1}{4}x+\frac{7}{2}$ **B.** $y=-\frac{1}{4}x-\frac{7}{2}$ **C.** $y=4x-12$ **D.** $y=4x+12$

Jeżeli prosta prostopadła ma równanie $y = ax + b$, to z warunku na prostopadłość prostych mamy: $a\cdot\left(-\frac{1}{4}\right) = -1 \iff a = 4$, czyli $y = 4x + b$.

$$\underbrace{y}_{4} = 4\underbrace{x}_{-2} + b \iff b = 12$$

Zadanie 20. (0–1)

Dany jest okrąg o środku $S=(2,3)$ i promieniu $r=5$. Który z podanych punktów leży na tym okręgu?

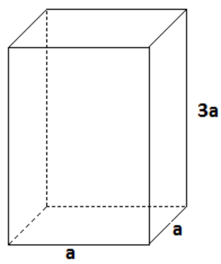
A. $A=(-1,7)$ **B.** $B=(2,-3)$ **C.** $C=(3,2)$ **D.** $D=(5,3)$

$$|SA| = \sqrt{(2-(-1))^2+(3-7)^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5 = r$$

Zadanie 21. (0–1)

Pole powierzchni całkowitej graniastosłupa prawidłowego czworokątnego, w którym wysokość jest 3 razy dłuższa od krawędzi podstawy, jest równe 140. Zatem krawędź podstawy tego graniastosłupa jest równa

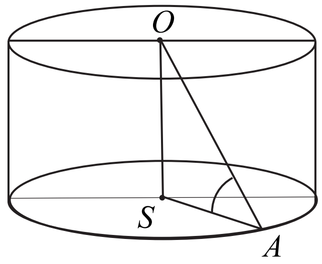
A. $\sqrt{10}$ **B.** $3\sqrt{10}$ **C.** $\sqrt{42}$ **D.** $3\sqrt{42}$



$$P_c = 2\cdot a^2 + 4\cdot a\cdot 3a = 2a^2 + 12a^2 = 14a^2 = \underbrace{140}_{dane} \iff a^2 = 10 \iff a = \sqrt{10}$$

BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*

Zadanie 22. (0–1)
Promień AS podstawy walca jest równy wysokości OS tego walca. Sinus kąta OAS (zobacz rysunek) jest równy



A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ **B.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$ **C.** $\frac{1}{2}$ **D.** 1

Trójkąt OSA jest prostokątny i równoramienny, a jego kąty ostre mają miary 45°

$$\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Zadanie 23. (0–1)
Dany jest stożek o wysokości 4 i średnicy podstawy 12. Objętość tego stożka jest równa

A. 576π **B.** 192π **C.** 144π **D.** 48π

$$h = 4, \qquad r = \frac{12}{2} = 6, \qquad V = \frac{\pi}{3} \cdot r^2 \cdot h = \frac{\pi}{3} \cdot 6^2 \cdot 4 = 48\pi$$

Zadanie 24. (0–1)
Średnia arytmetyczna ośmiu liczb: 3, 5, 7, 9, x, 15, 17, 19 jest równa 11. Wtedy

A. $x = 1$ **B.** $x = 2$ **C.** $x = 11$ **D.** $x = 13$

$$\frac{3+5+7+9+x+15+17+19}{8} = 11 \iff 75 + x = 88 \iff x = 13$$

Zadanie 25. (0–1)
Ze zbioru dwudziestu czterech kolejnych liczb naturalnych od 1 do 24 losujemy jedną liczbę. Niech A oznacza zdarzenie, że wylosowana liczba będzie dzielnikiem liczby 24. Wtedy prawdopodobieństwo zdarzenia A jest równe

A. $\frac{1}{4}$ **B.** $\frac{1}{3}$ **C.** $\frac{1}{8}$ **D.** $\frac{1}{6}$

Dzielniki liczby 24 to: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 - jest ich 8

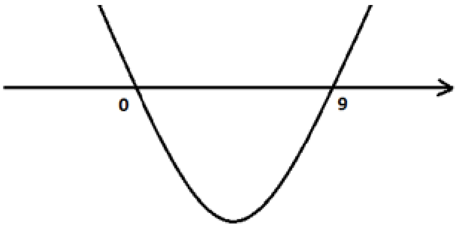
Szukane prawdopodobieństwo: $\frac{8}{24} = \frac{1}{3}$

BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*

Zadanie 26. (0–2)

Rozwiąż nierówność $8x^2 - 72x \leq 0$.

$$8x^2 - 72x \leq 0 \iff \underbrace{8x \cdot (x-9)}_{\substack{pierwiastki: \\ x_1=0,\ x_2=9}} \leq 0$$



Rozwiązanie nierówności: $x \in \langle 0, 9 \rangle$

Odpowiedź: . $x \in \langle 0, 9 \rangle$ ....

Zadanie 27. (0–2)

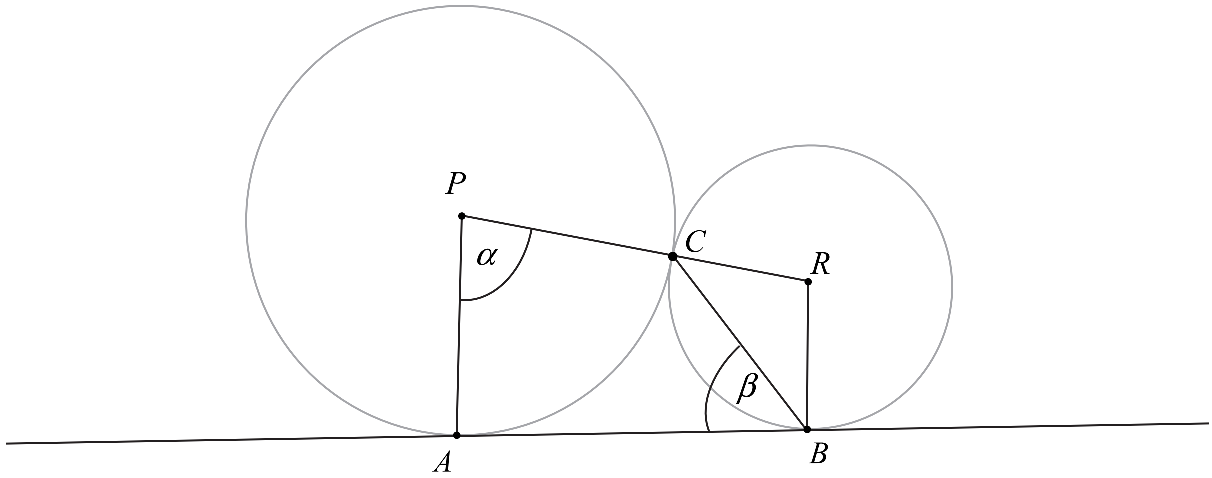
Wykaż, że liczba $4^{2017}+4^{2018}+4^{2019}+4^{2020}$ jest podzielna przez 17.

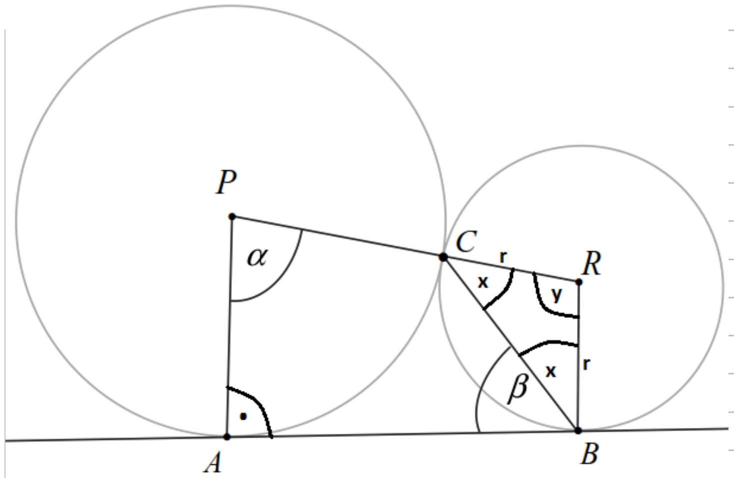
$$4^{2017}+4^{2018}+4^{2019}+4^{2020}=4^{2017}+4^{2017}\cdot 4^1+4^{2017}\cdot 4^2+4^{2017}\cdot 4^3=$$
$$=4^{2017}\cdot(1+4+16+64)=4^{2017}\cdot 85=\underbrace{4^{2017}\cdot 5\cdot 17}_{dzieli\ się\ przez\ 17}$$

<table>
<tr><td rowspan="3">Wypełnia egzaminator</td><td>Nr zadania</td><td>26.</td><td>27.</td></tr>
<tr><td>Maks. liczba pkt</td><td>2</td><td>2</td></tr>
<tr><td>Uzyskana liczba pkt</td><td></td><td></td></tr>
</table>

Zadanie 28. (0–2)

Dane są dwa okręgi o środkach w punktach P i R, styczne zewnętrznie w punkcie C. Prosta AB jest styczna do obu okręgów odpowiednio w punktach A i B oraz $|\sphericalangle APC| = \alpha$ i $|\sphericalangle ABC| = \beta$ (zobacz rysunek). Wykaż, że $\alpha = 180° - 2\beta$.





$x = 90° - \beta$ bo $|\angle ABR| = 90°$

$y = 180° - 2x = 180° - 2 \cdot (90° - \beta) = 2\beta$

Suma miar kątów czworokąta $ABRP$:

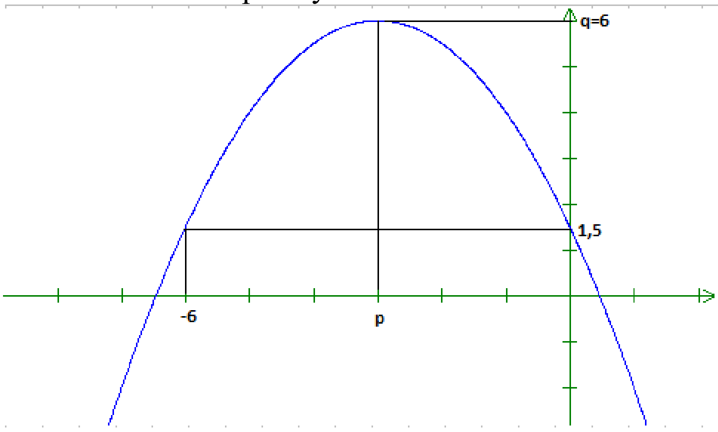
$\alpha + 2 \cdot 90° + 2\beta = 360°$

$\alpha = 180° - 2\beta$, co należało udowodnić

Zadanie 29. (0–4)

Funkcja kwadratowa f jest określona dla wszystkich liczb rzeczywistych x wzorem $f(x) = ax^2 + bx + c$. Największa wartość funkcji f jest równa 6 oraz $f(-6) = f(0) = \frac{3}{2}$.

Oblicz wartość współczynnika a.



Ze względu na to, że symetrię wykresu: $p = \frac{-6+0}{2} = -3$

Wierzchołek paraboli: $W = (-3, 6)$

Równanie kanoniczne funkcji kwadratowej:

$$y = a\left(x - (-3)\right)^2 + 6 \quad \text{czyli} \quad y = a(x+3)^2 + 6$$

$f(0) = \frac{3}{2}$ - punkt $A = \left(0, \frac{3}{2}\right)$ należy do paraboli:

$$\underbrace{y}_{\frac{3}{2}} = a\left(\underbrace{x}_{0} + 3\right)^2 + 6 \quad \text{co daje} \quad \frac{3}{2} = 9a + 6$$

$$9a = \frac{3}{2} - 6 = \frac{3}{2} - \frac{12}{2} = -\frac{9}{2}$$

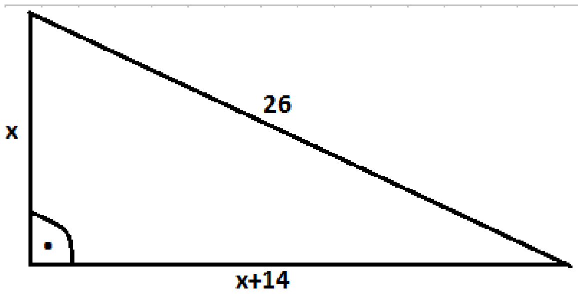
$$9a = -\frac{9}{2} \quad \Leftrightarrow \quad a = -\frac{1}{2}$$

Odpowiedź:.. $a = -\frac{1}{2}$ ....

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	28.	29.
	Maks. liczba pkt	2	4
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 30. (0–2)

Przeciwprostokątna trójkąta prostokątnego ma długość 26 cm, a jedna z przyprostokątnych jest o 14 cm dłuższa od drugiej. Oblicz obwód tego trójkąta.



$$x^2 + (x+14)^2 = 26^2$$

$$x^2 + x^2 + 28x + 196 - 676 = 0$$

$$2x^2 + 28x - 480 = 0$$

$$x^2 + 14x - 240 = 0$$

$$\Delta = 14^2 - 4 \cdot (-240) = 1156, \quad \sqrt{\Delta} = 34$$

$$x_1 = \frac{-14 - 34}{2} = -24, \quad x_2 = \frac{-14 + 34}{2} = 10$$

x_1 - odrzucamy, bo jest ujemne, czyli $x = 10$

Obwód trójkąta: $Obw = x + x + 14 + 26 = 2x + 40 = 20 + 40 = 60$

Odpowiedź: $60cm$

Zadanie 31. (0–2)

W ciągu arytmetycznym (a_n), określonym dla $n \geq 1$, dane są: wyraz $a_1 = 8$ i suma trzech początkowych wyrazów tego ciągu $S_3 = 33$. Oblicz różnicę $a_{16} - a_{13}$.

$$S_3 = a_1 + a_2 + a_3 = a_1 + (a_1 + r) + (a_1 + 2r) = 3\underbrace{a_1}_{8} + 3r = \underbrace{33}_{dane}$$

$$3r = 33 - 24 = 9 \quad \Leftrightarrow \quad r = 3$$

$$a_{16} - a_{13} = 3r = 9$$

Odpowiedź: 9

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	30.	31.
	Maks. liczba pkt	2	2
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 32. (0–5)

Dane są punkty $A=(-4,0)$ i $M=(2,9)$ oraz prosta k o równaniu $y=-2x+10$. Wierzchołek B trójkąta ABC to punkt przecięcia prostej k z osią Ox układu współrzędnych, a wierzchołek C jest punktem przecięcia prostej k z prostą AM. Oblicz pole trójkąta ABC.

Równanie prostej AM, gdzie $A=(-4,0)$, $M=(2,9)$: $y=ax+b$

$$\begin{cases}0=-4a+b\\ 9=2a+b\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}b=4a\\ b=9-2a\end{cases} \quad \text{stąd } 4a=9-2a \Leftrightarrow a=\frac{3}{2}$$

$$b=4a=4\cdot\frac{3}{2}=6\text{, czyli prosta } AM \text{ ma równanie: } y=\frac{3}{2}x+6$$

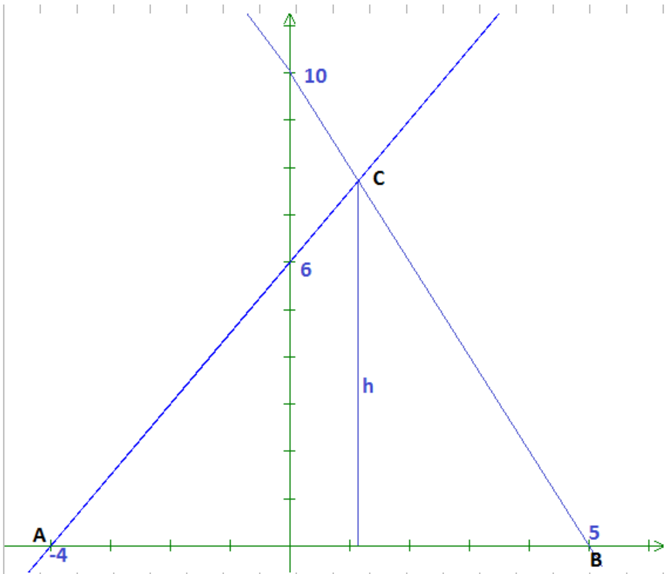
Liczymy współrzędne punktu C:

$$\begin{cases}y=\frac{3}{2}x+6\\ y=-2x+10\end{cases} \Leftrightarrow \frac{3}{2}x+6=-2x+10 \Leftrightarrow \frac{7}{2}x=4 \Leftrightarrow x=\frac{8}{7}$$

$$y=-2x+10=-2\cdot\frac{8}{7}+10=\frac{-16+70}{7}=\frac{54}{7} \quad czyli \quad C=\left(\frac{8}{7},\frac{54}{7}\right)$$

Liczymy współrzędne punktu B:

$$y=-2x+10 \quad i \quad y=0, \quad co\ daje\ x=5, \quad czyli\ B=(5,0)$$



$$|AB|=9, \qquad h=\frac{54}{7}$$

$$P=\frac{1}{2}\cdot|AB|\cdot h=\frac{1}{2}\cdot 9\cdot\frac{54}{7}=\frac{243}{7}$$

Odpowiedź: $\frac{243}{7}$ ....

Zadanie 33. (0–2)

Ze zbioru wszystkich liczb naturalnych dwucyfrowych losujemy jedną liczbę. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że wylosujemy liczbę, która jest równocześnie mniejsza od 40 i podzielna przez 3. Wynik zapisz w postaci ułamka zwykłego nieskracalnego.

Zbiór liczb naturalnych dwucyfrowych: $\{10, 11, 12, \dots, 99\}$ - jest ich 90

Z tego zbioru wybieramy zbiór liczb mniejszych od 40 i podzielnych przez 3:
$\{12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39\}$ - jest ich 10

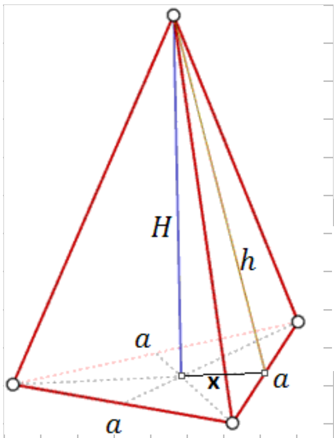
Szukane prawdopodobieństwo: $P(A) = \frac{10}{90} = \frac{1}{9}$

Odpowiedź: $\frac{1}{9}$ ....

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	32.	33.
	Maks. liczba pkt	5	2
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 34. (0–4)

W ostrosłupie prawidłowym trójkątnym wysokość ściany bocznej prostopadła do krawędzi podstawy ostrosłupa jest równa $\frac{5\sqrt{3}}{4}$, a pole powierzchni bocznej tego ostrosłupa jest równe $\frac{15\sqrt{3}}{4}$. Oblicz objętość tego ostrosłupa.



$$h=\frac{5\sqrt{3}}{4},\quad P_b=3\cdot\frac{1}{2}\cdot ah=\frac{3}{2}a\cdot\frac{5\sqrt{3}}{4}=\frac{15\sqrt{3}}{8}a=\underbrace{\frac{15\sqrt{3}}{4}}_{dane}$$

$$a=\frac{15\sqrt{3}}{4}\cdot\frac{8}{15\sqrt{3}}=2$$

x - $\frac{1}{3}$ wysokości trójkąta równobocznego o boku a:

$$x=\frac{1}{3}\cdot\frac{a\sqrt{3}}{2}=\frac{2\sqrt{3}}{6}=\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$x^2+H^2=h^2 \iff \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2+H^2=\left(\frac{5\sqrt{3}}{4}\right)^2$$

$$H^2=\frac{25\cdot 3}{16}-\frac{3}{9}=\frac{75}{16}-\frac{1}{3}=\frac{225-16}{48}=\frac{209}{48}$$

$$H=\frac{\sqrt{209}}{\sqrt{16\cdot 3}}=\frac{\sqrt{209}}{4\sqrt{3}}$$

$$V=\frac{1}{3}\cdot P_p\cdot H=\frac{1}{3}\cdot\frac{a^2\sqrt{3}}{4}\cdot\frac{\sqrt{209}}{4\sqrt{3}}=\frac{2^2\cdot\sqrt{209}}{48}=\frac{\sqrt{209}}{12}$$

Odpowiedź: $\frac{\sqrt{209}}{12}$

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	34.
	Maks. liczba pkt	4
	Uzyskana liczba pkt	

BRUDNOPIS ***(nie podlega ocenie)***