CENTRALNA KOMISJA EGZAMINACYJNA

UZUPEŁNIA ZDAJĄCY

KOD

PESEL

miejsce na naklejkę

EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI
POZIOM PODSTAWOWY

UZUPEŁNIA ZESPÓŁ NADZORUJĄCY

Uprawnienia zdającego do:

- ☐ dostosowania kryteriów oceniania
- ☐ nieprzenoszenia zaznaczeń na kartę
- ☐ dostosowania w zw. z dyskalkulią

DATA: **7 maja 2018 r.**
GODZINA ROZPOCZĘCIA: **9:00**
CZAS PRACY: **170 minut**
LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50**

NOWA FORMUŁA

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 26 stron (zadania 1–34). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Odpowiedzi do zadań zamkniętych (1–25) zaznacz na karcie odpowiedzi, w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj ■ pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem ◉ i zaznacz właściwe.
4. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego (26–34) może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
5. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
6. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
7. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
8. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki, a także z kalkulatora prostego.
9. Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
10. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.

MMA-P1_1P-182

W każdym z zadań od 1. do 25. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Liczba $2\log_3 6 - \log_3 4$ jest równa

A. 4 **B.** 2 **C.** $2\log_3 2$ **D.** $\log_3 8$

$2\log_3 6 - \log_3 4 = \log_3 6^2 - \log_3 4 = \log_3 \frac{36}{4} = \log_3 9 = 2$

Zadanie 2. (0–1)

Liczba $\sqrt[3]{\frac{7}{3}} \cdot \sqrt[3]{\frac{81}{56}}$ jest równa

$\sqrt[3]{\frac{7}{3}} \cdot \sqrt[3]{\frac{81}{56}} = \sqrt[3]{\frac{7}{3} \cdot \frac{81}{56}} = \sqrt[3]{\frac{27}{8}} = \frac{3}{2}$

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ **B.** $\frac{3}{2\sqrt[3]{21}}$ **C.** $\frac{3}{2}$ **D.** $\frac{9}{4}$

Zadanie 3. (0–1)

Dane są liczby $a = 3{,}6 \cdot 10^{-12}$ oraz $b = 2{,}4 \cdot 10^{-20}$. Wtedy iloraz $\frac{a}{b}$ jest równy

A. $8{,}64 \cdot 10^{-32}$ **B.** $1{,}5 \cdot 10^{-8}$ **C.** $1{,}5 \cdot 10^{8}$ **D.** $8{,}64 \cdot 10^{32}$

$\frac{a}{b} = \frac{3{,}6 \cdot 10^{-12}}{2{,}4 \cdot 10^{-20}} = \frac{3{,}6}{2{,}4} \cdot \frac{10^{-12}}{10^{-20}} = 1{,}5 \cdot 10^{-12-(-20)} = 1{,}5 \cdot 10^{8}$

Zadanie 4. (0–1)

Cena roweru po obniżce o 15% była równa 850 zł. Przed obniżką ten rower kosztował

A. 865,00 zł **B.** 850,15 zł **C.** 1000,00 zł **D.** 977,50 zł

$85\%x = 850 \quad \Leftrightarrow \quad x = \frac{850}{85\%} = \frac{850}{0{,}85} = 1000$

Zadanie 5. (0–1)

Zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności $\frac{1-2x}{2} > \frac{1}{3}$ jest przedział

A. $\left(-\infty, \frac{1}{6}\right)$ **B.** $\left(-\infty, \frac{2}{3}\right)$ **C.** $\left(\frac{1}{6}, +\infty\right)$ **D.** $\left(\frac{2}{3}, +\infty\right)$

$\frac{1-2x}{2} > \frac{1}{3} \quad \Leftrightarrow \quad 1 - 2x > \frac{2}{3} \quad \Leftrightarrow \quad 1 - \frac{2}{3} > 2x \quad \Leftrightarrow \quad 2x < \frac{1}{3} \quad \Leftrightarrow \quad x < \frac{1}{6}$

Zadanie 6. (0–1)

Funkcja kwadratowa jest określona wzorem $f(x) = -2(x+3)(x-5)$. Liczby x_1, x_2 są różnymi miejscami zerowymi funkcji *f*. Zatem

A. $x_1 + x_2 = -8$ **B.** $x_1 + x_2 = -2$ **C.** $x_1 + x_2 = 2$ **D.** $x_1 + x_2 = 8$

$x_1 = -3,\ \ x_2 = 5 - odczytujemy\ z\ postaci\ iloczynowej, stąd\ x_1 + x_2 = 2$

BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*

Zadanie 7. (0–1)

Równanie $\frac{x^2+2x}{x^2-4}=0$

A. ma trzy rozwiązania: $x=-2$, $x=0$, $x=2$

B. ma dwa rozwiązania: $x=0$, $x=-2$

C. ma dwa rozwiązania: $x=-2$, $x=2$

D. ma jedno rozwiązanie: $x=0$

Założenie: $x \neq 2$ *i* $x \neq -2,$

$$\frac{x^2+2x}{x^2-4}=0 \ \ gdy \ \ x^2+2x=0 \Leftrightarrow x(x+2)=0$$

$$x=0 \ \ lub \ \ x=-2, ale\ (-2) odrzucamy$$

Zadanie 8. (0–1)

Funkcja liniowa f określona jest wzorem $f(x)=\frac{1}{3}x-1$, dla wszystkich liczb rzeczywistych x. Wskaż zdanie prawdziwe.

A. Funkcja f jest malejąca i jej wykres przecina oś Oy w punkcie $P=\left(0,\frac{1}{3}\right)$.

B. Funkcja f jest malejąca i jej wykres przecina oś Oy w punkcie $P=(0,-1)$.

C. Funkcja f jest rosnąca i jej wykres przecina oś Oy w punkcie $P=\left(0,\frac{1}{3}\right)$.

D. Funkcja f jest rosnąca i jej wykres przecina oś Oy w punkcie $P=(0,-1)$.

$$y=ax+b: rosnąca, bo\ a=\frac{1}{3}>0, punkt\ przecięcia\ wykresu\ z\ osią\ Oy: (0,b)=(0,-1)$$

Zadanie 9. (0–1)

Wykresem funkcji kwadratowej $f(x)=x^2-6x-3$ jest parabola, której wierzchołkiem jest punkt o współrzędnych

A. $(-6,-3)$ **B.** $(-6,69)$ **C.** $(3,-12)$ **D.** $(6,-3)$

$$f(x)=x^2-6x-3, p=\frac{6}{2\cdot 1}=3, q=f(3)=3^2-6\cdot 3-3=-12, W=(3,-12)$$

Zadanie 10. (0–1)

Liczba 1 jest miejscem zerowym funkcji liniowej $f(x)=ax+b$, a punkt $M=(3,-2)$ należy do wykresu tej funkcji. Współczynnik a we wzorze tej funkcji jest równy

A. 1 **B.** $\frac{3}{2}$ **C.** $-\frac{3}{2}$ **D.** -1

$$\begin{cases} 0=a\cdot 1+b \\ -2=a\cdot 3+b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -a-b=0 \\ 3a+b=-2 \end{cases} \Rightarrow 2a=-2 \Leftrightarrow a=-1$$

Zadanie 11. (0–1)

Dany jest ciąg (a_n) określony wzorem $a_n=\frac{5-2n}{6}$ dla $n\geq 1$. Ciąg ten jest

A. arytmetyczny i jego różnica jest równa $r=-\frac{1}{3}$.

B. arytmetyczny i jego różnica jest równa $r=-2$.

C. geometryczny i jego iloraz jest równy $q=-\frac{1}{3}$.

D. geometryczny i jego iloraz jest równy $q=\frac{5}{6}$.

$$a_{n+1}-a_n=\frac{5-2(n+1)}{6}-\frac{5-2n}{6}=\frac{5-2n-2-5+2n}{6}=\frac{-2}{6}=-\frac{1}{3}$$

BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*

Zadanie 12. (0–1)

Dla ciągu arytmetycznego (a_n), określonego dla $n \geq 1$, jest spełniony warunek $a_4 + a_5 + a_6 = 12$. Wtedy

$$\frac{a_4 + a_6}{2} = a_5 \Leftrightarrow a_4 + a_6 = 2a_5 \ czyli \ 2a_5 + a_5 = 12 \ co \ daje \ a_5 = 4$$

A. $a_5 = 4$ **B.** $a_5 = 3$ **C.** $a_5 = 6$ **D.** $a_5 = 5$

Zadanie 13. (0–1)

Dany jest ciąg geometryczny (a_n), określony dla $n \geq 1$, w którym $a_1 = \sqrt{2}$, $a_2 = 2\sqrt{2}$, $a_3 = 4\sqrt{2}$. Wzór na n-ty wyraz tego ciągu ma postać

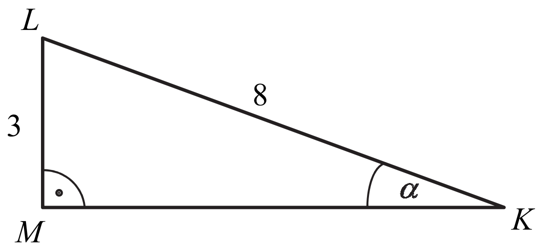
A. $a_n = \left(\sqrt{2}\right)^n$ **B.** $a_n = \frac{2^n}{\sqrt{2}}$

C. $a_n = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^n$ **D.** $a_n = \frac{\left(\sqrt{2}\right)^n}{2}$

$$q = \frac{a_2}{a_1} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 2, \ a_n = a_1 \cdot q^{n-1} = \sqrt{2} \cdot 2^{n-1} = \sqrt{2} \cdot \frac{2^n}{2^1} = \frac{\sqrt{2}}{\left(\sqrt{2}\right)^2} \cdot 2^n = \frac{2^n}{\sqrt{2}}$$

Zadanie 14. (0–1)

Przyprostokątna LM trójkąta prostokątnego KLM ma długość 3, a przeciwprostokątna KL ma długość 8 (zobacz rysunek).



Wtedy miara α kąta ostrego LKM tego trójkąta spełnia warunek

A. $27° < \alpha \leq 30°$ **B.** $24° < \alpha \leq 27°$ **C.** $21° < \alpha \leq 24°$ **D.** $18° < \alpha \leq 21°$

$$\sin\alpha = \frac{3}{8} = 0{,}375, teraz\ z\ tablic\ odczytujemy, że\ \alpha \cong 22°$$

Zadanie 15. (0–1)

Dany jest trójkąt o bokach długości: $2\sqrt{5}$, $3\sqrt{5}$, $4\sqrt{5}$. Trójkątem podobnym do tego trójkąta jest trójkąt, którego boki mają długości

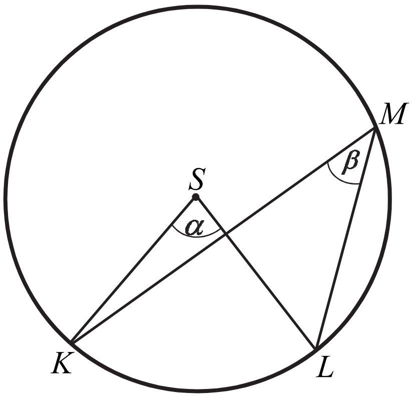
A. $10, \ 15, \ 20$ **B.** $20, \ 45, \ 80$ **C.** $\sqrt{2}, \ \sqrt{3}, \ \sqrt{4}$ **D.** $\sqrt{5}, \ 2\sqrt{5}, \ 3\sqrt{5}$

$$\frac{2\sqrt{5}}{10} = \frac{\sqrt{5}}{5} \ i \ \frac{3\sqrt{5}}{15} = \frac{\sqrt{5}}{5} \ i \ \frac{4\sqrt{5}}{20} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*

Zadanie 16. (0–1)

Dany jest okrąg o środku S. Punkty K, L i M leżą na tym okręgu. Na łuku KL tego okręgu są oparte kąty KSL i KML (zobacz rysunek), których miary α i β spełniają warunek $\alpha+\beta=111^\circ$. Wynika stąd, że

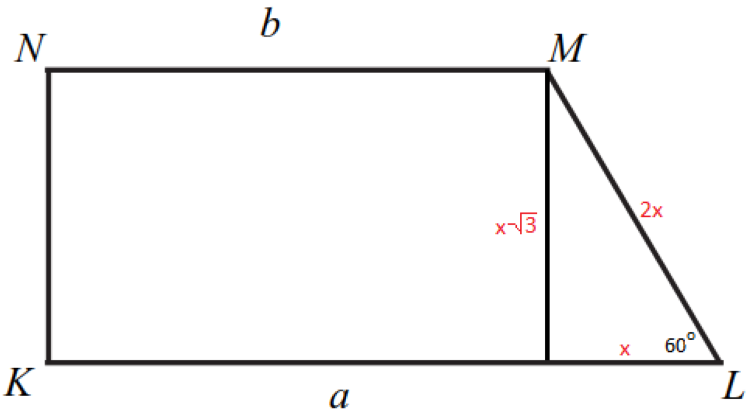


A. $\alpha=74^\circ$ **B.** $\alpha=76^\circ$ **C.** $\alpha=70^\circ$ **D.** $\alpha=72^\circ$

$\beta=\frac{1}{2}\alpha$ czyli $\alpha+\frac{1}{2}\alpha=111^\circ \Leftrightarrow \frac{3}{2}\alpha=111^\circ \Leftrightarrow \alpha=111^\circ\cdot\frac{2}{3}=74^\circ$

Zadanie 17. (0–1)

Dany jest trapez prostokątny $KLMN$, którego podstawy mają długości $|KL|=a$, $|MN|=b$, $a>b$. Kąt KLM ma miarę 60°. Długość ramienia LM tego trapezu jest równa



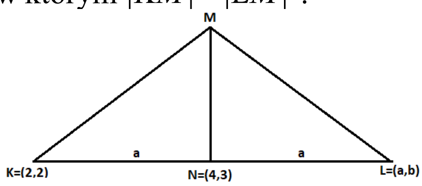
x = a - b
|ML| = 2x =2(a - b)

A. $a-b$ **B.** $2(a-b)$ **C.** $a+\frac{1}{2}b$ **D.** $\frac{a+b}{2}$

Zadanie 18. (0–1)

Punkt $K=(2,2)$ jest wierzchołkiem trójkąta równoramiennego KLM, w którym $|KM|=|LM|$.

Odcinek MN jest wysokością trójkąta i $N=(4,3)$. Zatem



A. $L=(5,3)$ **B.** $L=(6,4)$ **C.** $L=(3,5)$

$\frac{2+a}{2}=4$ i $\frac{2+b}{2}=3$ co daje $a=6$ i $b=4$

Zadanie 19. (0–1)

Proste o równaniach $y=(m+2)x+3$ oraz $y=(2m-1)x-3$ są równoległe, gdy

A. $m=2$ **B.** $m=3$ **C.** $m=0$ **D.** $m=1$

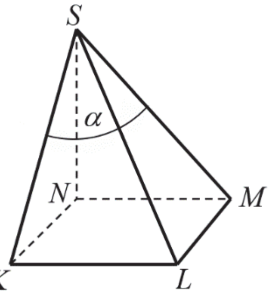
równoległe, czyli $m+2=2m-1$, co daje $m=3$

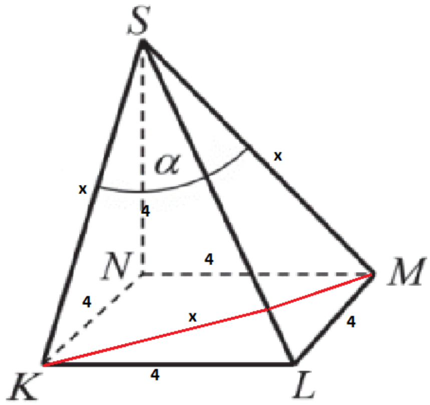
BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*

Zadanie 20. (0–1)

Podstawą ostrosłupa jest kwadrat *KLMN* o boku długości 4. Wysokością tego ostrosłupa jest krawędź *NS*, a jej długość też jest równa 4 (zobacz rysunek).

trójkąt KMS jest równoboczny, bo każdy z jego boków jest przeciwprostokątną w trójkącie o przyprostokątnych 4 i 4



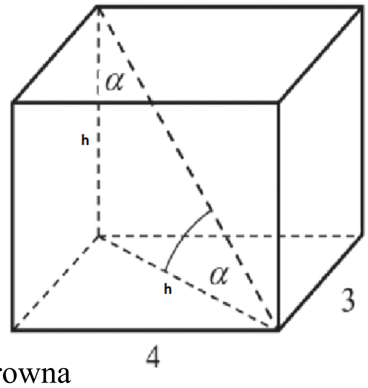


Kąt α, jaki tworzą krawędzie *KS* i *MS*, spełnia warunek

A. $\alpha = 45°$ **B.** $45° < \alpha < 60°$ **C.** $\alpha > 60°$ **D.** $\alpha = 60°$

Zadanie 21. (0–1)

Podstawą graniastosłupa prostego jest prostokąt o bokach długości 3 i 4. Kąt α, jaki przekątna tego graniastosłupa tworzy z jego podstawą, jest równy $45°$ (zobacz rysunek).



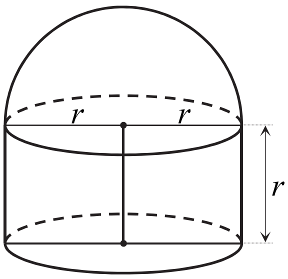
$h^2 = 3^2 + 4^2 = 25 \quad \Leftrightarrow \quad h = 5$

Wysokość graniastosłupa jest rowna

A. 5 **B.** $3\sqrt{2}$ **C.** $5\sqrt{2}$ **D.** $\frac{5\sqrt{3}}{3}$

Zadanie 22. (0–1)

Na rysunku przedstawiono bryłę zbudowaną z walca i półkuli. Wysokość walca jest równa *r* i jest taka sama jak promień półkuli oraz taka sama jak promień podstawy walca.



Objętość tej bryły jest równa

$$V = \underbrace{\pi r^2 \cdot r}_{obj.walca} + \frac{1}{2} \cdot \underbrace{\frac{4}{3}\pi r^3}_{obj.kuli} = \pi r^3 + \frac{2}{3}\pi r^3 = \frac{5}{3}\pi r^3$$

A. $\frac{5}{3}\pi r^3$ **B.** $\frac{4}{3}\pi r^3$ **C.** $\frac{2}{3}\pi r^3$ **D.** $\frac{1}{3}\pi r^3$

BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*

Zadanie 23. (0–1)

W zestawie $\underbrace{2, 2, 2, ..., 2}_{m \text{ liczb}}, \underbrace{4, 4, 4, ..., 4}_{m \text{ liczb}}$ jest $2m$ liczb $(m \geq 1)$, w tym m liczb 2 i m liczb 4.

Odchylenie standardowe tego zestawu liczb jest równe

A. 2 B. 1 C. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ D. $\sqrt{2}$

$$średnia: \ \bar{x} = \frac{2 \cdot m + 4 \cdot m}{2m} = \frac{6m}{2m} = 3, \quad \sigma = \sqrt{\frac{m \cdot (2-3)^2 + m \cdot (4-3)^2}{2m}} = \sqrt{\frac{2m}{2m}} = 1$$

Zadanie 24. (0–1)

Ile jest wszystkich liczb naturalnych czterocyfrowych mniejszych od 2018 i podzielnych przez 5?

A. 402 B. 403 C. 203 D. 204

$Są\ to\ liczby: 1000, 1005, 1010, \ldots, 2015,\ czyli\ 200 \cdot 5, 201 \cdot 5, 202 \cdot 5, \ldots, 403 \cdot 5$

$licząc: 200, 201, 202, \ldots, 403\ otrzymujemy\ 204\ liczby$

Zadanie 25. (0–1)

W pudełku jest 50 kuponów, wśród których jest 15 kuponów przegrywających, a pozostałe kupony są wygrywające. Z tego pudełka w sposób losowy wyciągamy jeden kupon. Prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że wyciągniemy kupon wygrywający, jest równe

A. $\frac{15}{35}$ B. $\frac{1}{50}$ C. $\frac{15}{50}$ D. $\frac{35}{50}$

$wszystkich\ jest\ 50, a\ wygrywających\ 35$

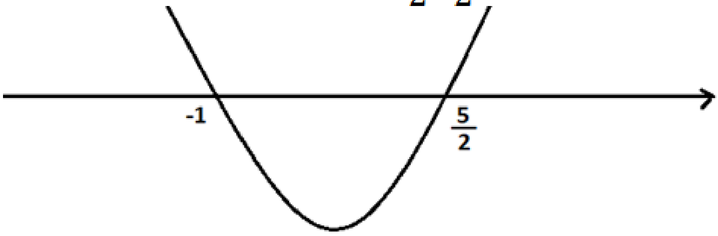
BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*

Zadanie 26. (0–2)

Rozwiąż nierówność $2x^2 - 3x > 5$.

$$2x^2 - 3x - 5 > 0$$

$\Delta = 9 - 4 \cdot 2 \cdot (-5) = 49$, $\quad x_1 = \frac{3-7}{2 \cdot 2} = -1$, $\quad x_2 = \frac{3+7}{2 \cdot 2} = \frac{5}{2}$



$$x \in (-\infty, -1) \cup \left(\frac{5}{2}, \infty\right)$$

Odpowiedź: $x \in (-\infty, -1) \cup \left(\frac{5}{2}, \infty\right)$

Zadanie 27. (0–2)

Rozwiąż równanie $(x^3 + 125)(x^2 - 64) = 0$.

$$x^3 + 125 = 0 \quad lub \quad x^2 - 64 = 0$$
$$x^3 = -125 \quad lub \quad x^2 = 64$$
$$x = -5 \quad lub \quad x = 8 \quad lub \quad x = -8$$

Odpowiedź: $x = -5 \quad lub \quad x = 8 \quad lub \quad x = -8$

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	26.	27.
	Maks. liczba pkt	2	2
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 28. (0–2)

Udowodnij, że dla dowolnych liczb dodatnich a, b prawdziwa jest nierówność

$$\frac{1}{2a}+\frac{1}{2b}\geq\frac{2}{a+b}.$$

$$\frac{1}{2a}+\frac{1}{2b}\geq\frac{2}{a+b} \qquad |\cdot\underbrace{2ab(a+b)}_{dodatnie}$$

$$b(a+b)+a(a+b)\geq 4ab$$

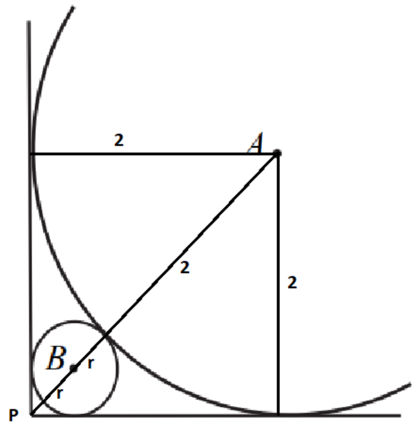
$$ab+b^2+a^2+ab-4ab\geq 0$$

$$a^2+b^2-2ab\geq 0$$

$$(a-b)^2\geq 0, \quad co\ kończy\ dowód$$

Zadanie 29. (0–2)

Okręgi o środkach odpowiednio A i B są styczne zewnętrznie i każdy z nich jest styczny do obu ramion danego kąta prostego (zobacz rysunek). Promień okręgu o środku A jest równy 2.



Uzasadnij, że promień okręgu o środku B jest mniejszy od $\sqrt{2}-1$.

$Przekątna\ kwadratu: |AP| = 2\sqrt{2}$

$Mamy: |AP| > 2 + r + r, czyli\ \ 2r + 2 < 2\sqrt{2} \Leftrightarrow 2r < 2\sqrt{2} - 2 \Leftrightarrow r < \sqrt{2} - 1$

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	28.	29.
	Maks. liczba pkt	2	2
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 30. (0–2)

Do wykresu funkcji wykładniczej, określonej dla każdej liczby rzeczywistej x wzorem $f(x)=a^x$ (gdzie $a>0$ i $a\neq 1$), należy punkt $P=(2,9)$. Oblicz a i zapisz zbiór wartości funkcji g, określonej wzorem $g(x)=f(x)-2$.

$$f(x)=a^x, \qquad 9=a^2, \qquad co\ daje\ a=3$$

$$f(x)=3^x, \qquad zbiór\ wartości\ funkcji\ f(x):\ (0,\infty)$$

$$g(x)=f(x)-2\ -\ wykres\ funkcji\ g(x)\ otrzymamy\ z\ wykresu\ funkcji\ f(x)$$

$$przesuwając\ go\ o\ o\ dwie\ jednostki\ w\ dół,\ czyli\ zbiorem\ wartości\ funkcji$$

$$g(x)\ jest\ przedział\ (-2,\infty)$$

$a=3, \qquad z_w=(-2,\infty)$

Odpowiedź: ....

Zadanie 31. (0–2)

Dwunasty wyraz ciągu arytmetycznego (a_n), określonego dla $n \geq 1$, jest równy 30, a suma jego dwunastu początkowych wyrazów jest równa 162. Oblicz pierwszy wyraz tego ciągu.

$$S_{12} = \frac{a_1 + a_{12}}{2} \cdot 12 = (a_1 + 30) \cdot 6 = 162$$

$$a_1 + 30 = \frac{162}{6} = 27, \qquad a_1 = 27 - 30 = -3$$

Odpowiedź: $a_1 = -3$

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	30.	31.
	Maks. liczba pkt	2	2
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 32. (0–5)

W układzie współrzędnych punkty $A=(4,3)$ i $B=(10,5)$ są wierzchołkami trójkąta ABC. Wierzchołek C leży na prostej o równaniu $y=2x+3$. Oblicz współrzędne punktu C, dla którego kąt ABC jest prosty.

Skoro punkt C leży na prostej o równaniu $y = 2x + 3$, *to ma współrzędne* $C = (c, 2c + 3)$

Korzystam z równania na prostą przechodząca przez dwa punkty (x_1, y_1) *i* (x_2, y_2):

$$y - y_1 = \underbrace{\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}}_{\substack{\text{współczynnik} \\ \text{kierunkowy}}} \cdot (x - x_1)$$

Prosta przechodząca przez punkty $A = (4, 3)$ *i* $B = (10, 5)$ *ma współczynnik*

$$\text{kierunkowy równy: } a_1 = \frac{5-3}{10-4} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Prosta przechodząca przez punkty $B = (10, 5)$ *i* $C = (c, 2c + 3)$ *ma współczynnik*

$$\text{kierunkowy równy: } a_2 = \frac{2c+3-5}{c-10} = \frac{2c-2}{c-10}$$

Proste te mają być prostopadłe, czyli $a_1 \cdot a_2 = -1$

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{2c-2}{c-10} = -1 \iff 2c - 2 = -3(c - 10) \iff 2c - 2 = -3c + 30 \iff 5x = 32$$

$$c = \frac{32}{5}, \qquad \text{czyli } C = (c, 2c+3) = \left(\frac{32}{5}, 2 \cdot \frac{32}{5} + 3\right) = \left(\frac{32}{5}, \frac{79}{5}\right)$$

$C = \left(\frac{32}{5}, \frac{79}{5}\right)$

Odpowiedź: ....

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	32.
	Maks. liczba pkt	5
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 33. (0–4)

Dane są dwa zbiory: $A=\{100,200,300,400,500,600,700\}$ i $B=\{10,11,12,13,14,15,16\}$.

Z każdego z nich losujemy jedną liczbę. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że suma wylosowanych liczb będzie podzielna przez 3. Obliczone prawdopodobieństwo zapisz w postaci nieskracalnego ułamka zwykłego.

$$\overline{\overline{\Omega}} = 7 \cdot 7 = 49$$

Zdarzenie A – suma wylosowanych liczb będzie podzielna przez 3

$$A = \left\{\begin{matrix} (100,11),(100,14), \\ (200,10),(200,13),(200,16), \\ (300,12),(300,15), \\ (400,11),(400,14), \\ (500,10),(500,13),(500,16), \\ (600,12),(600,15), \\ (700,11),(700,14) \end{matrix}\right\}$$

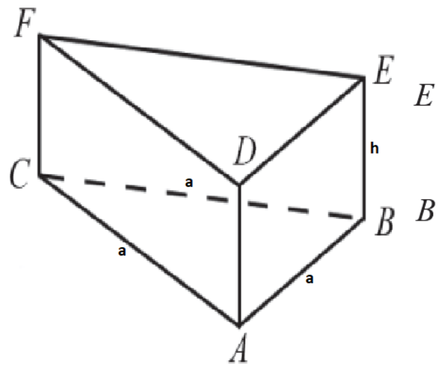
$$\overline{\overline{A}} = 16, czyli\ P(A) = \frac{16}{49}$$

Odpowiedź: $\frac{16}{49}$ ....

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	33.
	Maks. liczba pkt	4
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 34. (0–4)

Dany jest graniastosłup prawidłowy trójkątny (zobacz rysunek). Pole powierzchni całkowitej tego graniastosłupa jest równe $45\sqrt{3}$. Pole podstawy graniastosłupa jest równe polu jednej ściany bocznej. Oblicz objętość tego graniastosłupa.



$$P_c = 2 \cdot \underbrace{\frac{a^2\sqrt{3}}{4}}_{\text{pole podstawy}} + 3 \cdot \underbrace{ah}_{\text{pole ściany bocznej}} = 45\sqrt{3}$$

$$Wiemy, że\ \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = ah, czyli\ 2 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} + 3 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = 45\sqrt{3} \iff \frac{5}{4}a^2\sqrt{3} = 45\sqrt{3}$$

$$a^2 = 45 \cdot \frac{4}{5} = 36 \iff a = 6$$

$$\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = ah \iff \frac{a\sqrt{3}}{4} = h, czyli\ h = \frac{6\sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

$$V = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot h = \frac{36\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{3\sqrt{3}}{2} = \frac{81}{2}$$

Odpowiedź: $\frac{81}{2}$ ....

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	34.
	Maks. liczba pkt	4
	Uzyskana liczba pkt	

BRUDNOPIS ***(nie podlega ocenie)***