CENTRALNA KOMISJA EGZAMINACYJNA

Arkusz zawiera informacje prawnie chronione do momentu rozpoczęcia egzaminu.

MMA 2018

UZUPEŁNIA ZDAJĄCY

KOD | PESEL

miejsce na naklejkę

EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

POZIOM ROZSZERZONY

DATA: **9 maja 2018 r.**
GODZINA ROZPOCZĘCIA: **9:00**
CZAS PRACY: **180 minut**
LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50**

UZUPEŁNIA ZESPÓŁ NADZORUJĄCY

Uprawnienia zdającego do:

- ☐ dostosowania kryteriów oceniania
- ☐ nieprzenoszenia zaznaczeń na kartę

NOWA FORMUŁA

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 18 stron (zadania 1–15). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Odpowiedzi do zadań zamkniętych (1–4) zaznacz na karcie odpowiedzi w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj ■ pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem ■ i zaznacz właściwe.
4. W zadaniu 5. wpisz odpowiednie cyfry w kratki pod treścią zadania.
5. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego (6–15) może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
6. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
7. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
8. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
9. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.
10. Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
11. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.

MMA-R1_1P-182

MMA 2018

W zadaniach od 1. do 4. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Dane są liczby: $a=\frac{\sqrt[4]{8}}{2}$, $b=\frac{1}{2\sqrt[4]{8}}$, $c=\sqrt[4]{8}$, $d=\frac{2}{\sqrt[4]{8}}$ oraz $k=2^{-\frac{1}{4}}$. Prawdziwa jest równość

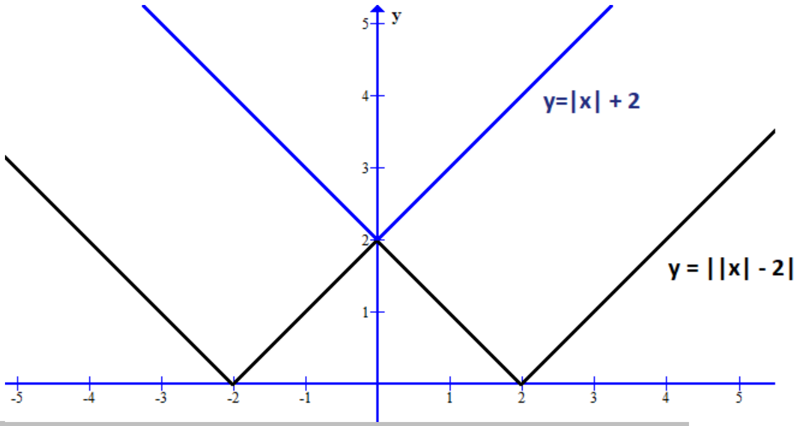
$\boxed{\textbf{A.}\ k=a}$ **B.** $k=b$ **C.** $k=c$ **D.** $k=d$

$$\frac{\sqrt[4]{8}}{2}=\frac{(2^3)^{\frac{1}{4}}}{2^1}=2^{\frac{3}{4}-1}=2^{-\frac{1}{4}}$$

Zadanie 2. (0–1)

Równanie $||x|-2|=|x|+2$

A. nie ma rozwiązań.
$\boxed{\textbf{B.}\ \text{ma dokładnie jedno rozwiązanie.}}$
C. ma dokładnie dwa rozwiązania.
D. ma dokładnie cztery rozwiązania.



Zadanie 3. (0–1)

Wartość wyrażenia $2\log_5 10-\frac{1}{\log_{20}5}$ jest równa

A. -1 **B.** 0 $\boxed{\textbf{C.}\ 1}$ **D.** 2

$$2\log_5 10-\frac{1}{\log_{20}5}=\log_5 10^2-\log_5 20=\log_5\frac{100}{20}=\log_5 5=1$$

Zadanie 4. (0–1)

Granica $\lim\limits_{x\to 3^-}\frac{-x+2}{x^2-5x+6}$ jest równa

A. $-\infty$ **B.** -1 **C.** 0 $\boxed{\textbf{D.}\ +\infty}$

$$\lim_{x\to 3^-}\frac{-x+2}{x^2-5x+6}=\lim_{x\to 3^-}\frac{-(x-2)}{(x-2)(x-3)}=\lim_{x\to 3^-}\frac{-1}{x-3}=\left[\frac{-1}{0^-}\right]=\infty$$

BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*

Zadanie 5. (0–2)

Punkt $A=(-5,3)$ jest środkiem symetrii wykresu funkcji homograficznej określonej wzorem $f(x)=\frac{ax+7}{x+d}$, gdy $x\neq -d$. Oblicz iloraz $\frac{d}{a}$.

W poniższe kratki wpisz kolejno cyfrę jedności i pierwsze dwie cyfry po przecinku nieskończonego rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*

$$f(x)=\frac{ax+7}{x+d},\quad x\neq -d=-5,\qquad czyli\ d=5$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{ax+7}{1x+d}=\frac{a}{1}=3,\qquad czyli\ a=3$$

$$\frac{d}{a}=\frac{5}{3}=1{,}666\ldots$$

Zadanie 6. (0–3)

Styczna do paraboli o równaniu $y=\sqrt{3}x^2-1$ w punkcie $P=(x_0,\,y_0)$ jest nachylona do osi Ox pod kątem 30°. Oblicz współrzędne punktu *P*.

$$f: y=\sqrt{3}x^2-1,\ \ f'(x)=2\sqrt{3}x,\qquad f'(x_0)=2\sqrt{3}x_0=\mathrm{tg}\,30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}$$

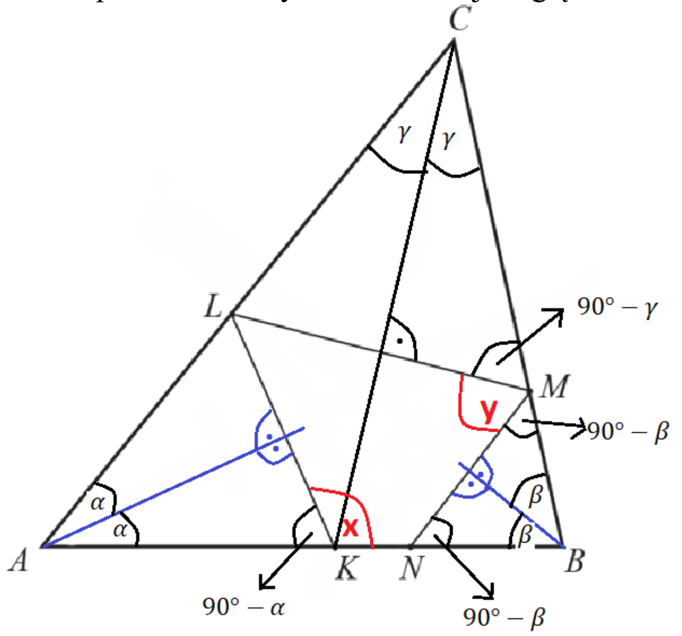
$$Stąd\ x_0=\frac{1}{6},\ \ f(x_0)=\sqrt{3}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^2-1=\frac{\sqrt{3}}{36}-1$$

$$P=\left(\frac{1}{6},\frac{\sqrt{3}}{36}-1\right)$$

Odpowiedź: ....

Zadanie 7. (0–3)

Trójkąt ABC jest ostrokątny oraz $|AC| > |BC|$. Dwusieczna d_C kąta ACB przecina bok AB w punkcie K. Punkt L jest obrazem punktu K w symetrii osiowej względem dwusiecznej d_A kąta BAC, punkt M jest obrazem punktu L w symetrii osiowej względem dwusiecznej d_C kąta ACB, a punkt N jest obrazem punktu M w symetrii osiowej względem dwusiecznej d_B kąta ABC (zobacz rysunek).



Udowodnij, że na czworokącie $KNML$ można opisać okrąg.

$$x = 180° - (90° - \alpha) = 90° + \alpha$$

$$y = 180° - (90° - \beta) - (90° - \gamma) = \beta + \gamma$$

$$2\alpha + 2\beta + 2\gamma = 180° \text{ czyli } \alpha + \beta + \gamma = 90°$$

$$x + y = 90° + \underbrace{\alpha + \beta + \gamma}_{90°} = 180°$$

Suma miar przeciwległych kątów czworokąta wynosi 180°, *a to oznacza, że na czworokącie można opisać okrąg*

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	5.	6.	7.
	Maks. liczba pkt	2	3	3
	Uzyskana liczba pkt			

Zadanie 8. (0–3)

Udowodnij, że dla każdej liczby całkowitej k i dla każdej liczby całkowitej m liczba $k^3m - km^3$ jest podzielna przez 6.

$$A = k^3m - km^3 = km(k^2 - m^2) = km(k-m)(k+m)$$

A dzieli się przez 2, bo albo co najmniej jedna z liczb k, m jest parzysta, albo suma $(k+m)$ jest parzysta, jako suma dwóch liczb nieparzystych.
Należy jeszcze udowodnić, że A dzieli się przez 3. Mamy cztery przypadki:

a) *Jeżeli co najmniej jedna z liczb k i m dzielą się przez 3, to A dzieli się przez 3.*

b) *Jeżeli k przy dzieleniu przez 3 daje resztę 1 oraz m przy dzieleniu przez 3 daje resztę 2, to $k = 3a+1$ i $m = 3b+2$; $a, b \in C$ (odwrotnie – tak samo)*

$$A = km(k-m)(k+m) = (3a+1)\cdot(3b+2)(3a+1-3b-2)\underbrace{(3a+1+3b+2)}_{\text{dzieli się przez 3}}$$

A dzieli się przez 3.

c) *Jeżeli k przy dzieleniu przez 3 daje resztę 1 oraz m przy dzieleniu przez 3 daje resztę 1, to $k = 3a+1$ i $m = 3b+1$; $a, b \in C$*

$$A = km(k-m)(k+m) = (3a+1)\cdot(3b+1)\underbrace{(3a+1-3b-1)}_{\text{dzieli się przez 3}}(3a+1+3b+1)$$

A dzieli się przez 3.

d) *Jeżeli k przy dzieleniu przez 3 daje resztę 2 oraz m przy dzieleniu przez 3 daje resztę 2, to $k = 3a+2$ i $m = 3b+2$; $a, b \in C$*

$$A = km(k-m)(k+m) = (3a+2)\cdot(3b+2)\underbrace{(3a+2-3b-2)}_{\text{dzieli się przez 3}}(3a+2+3b+2)$$

A dzieli się przez 3.

Zadanie 9. (0–4)

Z liczb ośmioelementowego zbioru $Z = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9\}$ tworzymy ośmiowyrazowy ciąg, którego wyrazy się nie powtarzają. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że żadne dwie liczby parzyste nie są sąsiednimi wyrazami utworzonego ciągu. Wynik przedstaw w postaci ułamka zwykłego nieskracalnego.

$\overline{\overline{\Omega}} = 8!$

W zbiorze Z są 3 liczby parzyste i 5 liczb nieparzystych.

Aby dwie liczby parzyste nie były sąsiednimi wyrazami, muszą być wyrazami o numerach:

$$\underbrace{1,3,5 \; lub \; 1,3,6 \; lub \; 1,3,7 \; lub \; 1,3,8 \; lub \; 1,4,6 \; lub \; 1,4,7 \; lub \; 1,4,8 \; lub \; 1,5,7 \; lub \; 1,5,8 \; lub \; 1,6,8}_{10 \; przypadków}$$

$$\underbrace{2,4,6 \; lub \; 2,4,7 \; lub \; 2,4,8 \; lub \; 2,5,7 \; lub \; 2,5,8 \; lub \; 2,6,8}_{6 \; przypadków} \; lub \; \underbrace{3,5,7 \; lub \; 3,5,8 \; lub \; 3,6,8}_{3 \; przypadki} \; lub \; 4,6,8$$

Razem mamy 20 możliwości.

Gdy już zostało ustalone, które wyrazy będą liczbami parzystami, a które nieparzystymi, kolejno wstawiamy na wybrane pozycje liczby pzrzyste i nieparzyste. Zatem:

$\overline{\overline{A}} = 20 \cdot 3! \cdot 5!$

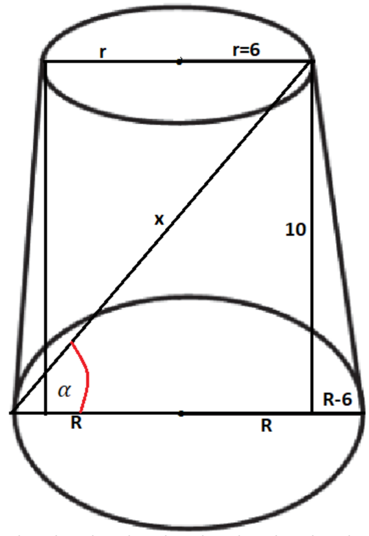
$$P(A) = \frac{\overline{\overline{A}}}{\overline{\overline{\Omega}}} = \frac{20 \cdot 3! \cdot 5!}{8!} = \frac{20 \cdot 6}{6 \cdot 7 \cdot 8} = \frac{5}{14}$$

Odpowiedź: ....

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	8.	9.
	Maks. liczba pkt	3	4
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 10. (0–4)

Objętość stożka ściętego (przedstawionego na rysunku) można obliczyć ze wzoru $V=\frac{1}{3}\pi H\left(r^2+rR+R^2\right)$, gdzie r i R są promieniami podstaw ($r<R$), a H jest wysokością bryły. Dany jest stożek ścięty, którego wysokość jest równa 10, objętość 840π, a $r=6$. Oblicz cosinus kąta nachylenia przekątnej przekroju osiowego tej bryły do jednej z jej podstaw.



$$V=\frac{1}{3}\pi H(r^2+rR+R^2)=\frac{1}{3}\pi\cdot 10(36+6R+R^2)=\frac{10\pi}{3}(36+6R+R^2)=840\pi$$

$$R^2+6R+36=840\cdot\frac{3}{10} \quad\Leftrightarrow\quad R^2+6R+36-252=0 \quad\Leftrightarrow\quad R^2+6R-216=0$$

$$\Delta=36+4\cdot 216=900, R=\frac{-6-30}{2}<0-odrzucam\ lub\ R=\frac{-6+30}{2}=12$$

$$x^2=(R+6)^2+10^2=(12+6)^2+100=324+100=424=4\cdot 106, \qquad x=2\sqrt{106}$$

$$\cos\alpha=\frac{R+6}{x}=\frac{18}{2\sqrt{106}}=\frac{9\sqrt{106}}{106}$$

Odpowiedź: ....

Zadanie 11. (0–4)

Rozwiąż równanie $\sin 6x + \cos 3x = 2\sin 3x + 1$ w przedziale $\langle 0, \pi \rangle$.

$\sin 6x + \cos 3x = 2\sin 3x + 1 \quad \Leftrightarrow \quad 2\sin 3x \cos 3x + \cos 3x - 2\sin 3x - 1 = 0$

$2\sin 3x\,(\cos 3x - 1) + (\cos 3x - 1) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad (\cos 3x - 1)(2\sin 3x + 1) = 0$

$\cos 3x = 1 \quad lub \quad \sin 3x = -\frac{1}{2}$

$\cos 3x = \cos 0 \quad lub \quad \sin 3x = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$

$3x = 0 + 2k\pi \quad lub \quad 3x = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi \quad lub \quad 3x = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi$

$x = \frac{2k\pi}{3} \quad lub \quad x = -\frac{\pi}{18} + \frac{2k\pi}{3} \quad lub \quad 3x = \frac{7\pi}{18} + \frac{2k\pi}{3}, k \in C$

Z trzech serii rozwiązań wybieramy rozwiazania należące do przedziału $\langle 0, \pi \rangle$:

$x \in \left\{0, \frac{2}{3}\pi, \frac{11}{18}\pi, \frac{7}{18}\pi\right\}$

Odpowiedź: ....

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	10.	11.
	Maks. liczba pkt	4	4
	Uzyskana liczba pkt		

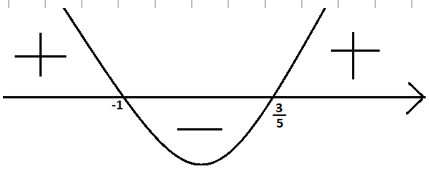
Zadanie 12. (0–6)

Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których równanie $x^2+(m+1)x-m^2+1=0$ ma dwa rozwiązania rzeczywiste x_1 i x_2 ($x_1 \neq x_2$), spełniające warunek $x_1^3+x_2^3>-7x_1x_2$.

Poza podanym warunkiem musi być spełniony warunek: $\Delta > 0$

$$\Delta = (m+1)^2-4(-m^2+1) = m^2+2m+1+4m^2-4 = 5m^2+2m-3$$

$$\Delta_m = 4+60 = 64,\ \ m_1 = \frac{-2-8}{10} = -1,\ \ m_2 = \frac{-2+8}{10} = \frac{3}{5}$$



$$m \in (-\infty,-1) \cup \left(\frac{3}{5},\infty\right)$$

$$x_1+x_2 = -\frac{m+1}{1} = -m-1, \qquad x_1 \cdot x_2 = \frac{-m^2+1}{1} = 1-m^2$$

$$x_1^3+x_2^3 > -7x_1x_2 \quad \Leftrightarrow \quad \underbrace{(x_1+x_2)}_{-m-1}(x_1^2-x_1x_2+x_2^2)+7\underbrace{x_1x_2}_{1-m^2} > 0$$

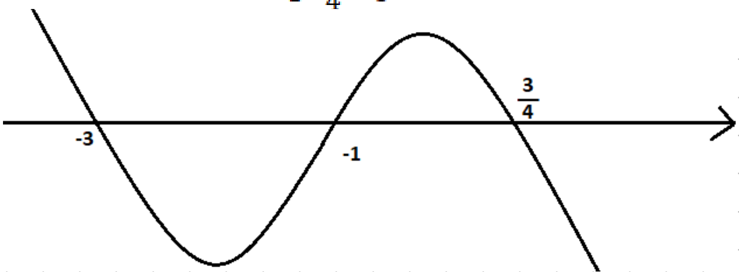
$$(-m-1)[(x_1+x_2)^2-2x_1x_2-x_1x_2]+7(1-m^2) > 0$$

$$(-m-1)[(-m-1)^2-3(1-m^2)]+7(1-m^2) > 0$$

$$-(1+m)[(-m-1)^2-3(1-m^2)]+7(1-m)(1+m) > 0$$

$$(1+m)[7(1-m)-(m^2+2m+1-3+3m^2)] > 0$$

$$\underbrace{(1+m)}_{m_1=-1}\underbrace{[-4m^2-9m+9]}_{\Delta=225, m_2=\frac{3}{4}, m_3=-3} > 0$$



$$m \in (-\infty,-3) \cup \left(-1,\frac{3}{4}\right)$$

$$\textit{Ostatecznie mamy}: \begin{cases} m \in (-\infty,-1) \cup \left(\frac{3}{5},\infty\right) \\ m \in (-\infty,-3) \cup \left(-1,\frac{3}{4}\right) \end{cases}$$

co daje rozwiązanie zadania: $m \in (-\infty,-3) \cup \left(\frac{3}{5},\frac{3}{4}\right)$

Odpowiedź: ....

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	12.
	Maks. liczba pkt	6
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 13. (0–4)

Wyrazy ciągu geometrycznego (a_n), określonego dla $n \geq 1$, spełniają układ równań

$$\begin{cases} a_3 + a_6 = -84 \\ a_4 + a_7 = 168 \end{cases}$$

Wyznacz liczbę n początkowych wyrazów tego ciągu, których suma S_n jest równa 32769.

$$\begin{cases} a_1q^2 + a_1q^5 = -84 \\ a_1q^3 + a_1q^6 = 168 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1q^2(1+q^3) = -84 \\ q \cdot \underbrace{a_1q^2(1+q^3)}_{-84} = 168 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q = -\frac{168}{84} = -2 \\ a_1 = -\frac{84}{q^2(1+q^3)} = -\frac{84}{4(1-8)} = 3 \end{cases}$$

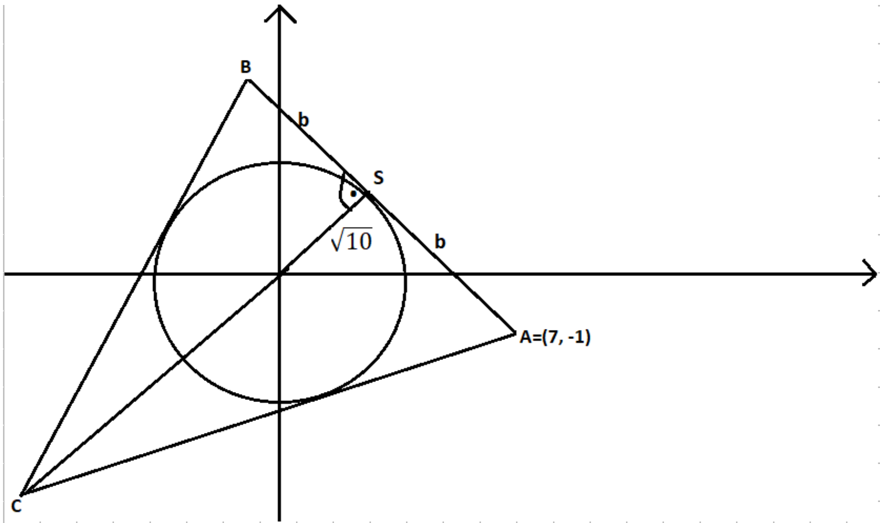
$$S_n = a_1 \cdot \frac{1-q^n}{1-q} = 3 \cdot \frac{1-(-2)^n}{1-(-2)} = 1-(-2)^n = 32769, stąd: (-2)^n = -32768 \; czyli \; n = 15$$

Odpowiedź: ....

Wypełnia egzaminator	**Nr zadania**	**13.**
	Maks. liczba pkt	**4**
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 14. (0–6)

Punkt $A=(7,-1)$ jest wierzchołkiem trójkąta równoramiennego ABC, w którym $|AC|=|BC|$. Obie współrzędne wierzchołka C są liczbami ujemnymi. Okrąg wpisany w trójkąt ABC ma równanie $x^2+y^2=10$. Oblicz współrzędne wierzchołków B i C tego trójkąta.



$Prosta\ AB$: $y+1=a(x-7) \Leftrightarrow ax-y-7a-1=0$

$Odległość\ punktu\ (0,0) od\ prostej\ AB\ wynosi\ \sqrt{10}$: $\sqrt{10}=\dfrac{|a\cdot 0-0-7a-1|}{\sqrt{a^2+1}}$

$\sqrt{10}\cdot\sqrt{a^2+1}=|-(7a+1)| \quad |\ ^2$

$Prosta\ przechodząca\ przez\ punkt\ A$: k: $y+1=a(x-7) \Leftrightarrow ax-y-7a-1=0$

$Odległość\ punktu\ (0,0) od\ prostej\ k\ wynosi\ \sqrt{10}$: $\sqrt{10}=\dfrac{|a\cdot 0-0-7a-1|}{\sqrt{a^2+1}}$

$10\cdot(a^2+1)=49a^2+14a+1 \Leftrightarrow 39a^2+14a-9=0$

$\Delta=1600$, $\underbrace{a_1=\dfrac{-14-40}{78}=-\dfrac{54}{78}=-\dfrac{9}{13}}_{dla\ prostej\ AB}$, $\underbrace{a_2=\dfrac{-14+40}{78}=\dfrac{26}{78}=\dfrac{1}{3}}_{dla\ prostej\ AC}$

$Prosta\ AB$: $y+1=-\dfrac{9}{13}(x-7) \Leftrightarrow y=-\dfrac{9}{13}x+\dfrac{50}{13}$

$Prosta\ AC$: $y+1=\dfrac{1}{3}(x-7) \Leftrightarrow y=\dfrac{1}{3}x-\dfrac{10}{3}$

$Wyznaczam\ współrzędne\ piunktu\ S$: $\begin{cases} x^2+y^2=10 \\ y=-\dfrac{9}{13}x+\dfrac{50}{13} \end{cases}$

$$x^2+\left(-\frac{9}{13}x+\frac{50}{13}\right)^2=10 \Leftrightarrow x^2+\frac{81}{169}x^2-\frac{900}{169}x+\frac{2500}{169}-10=0$$

$$\frac{250}{169}x^2-\frac{900}{169}x+\frac{810}{169}=0 \Leftrightarrow 25x^2-90x+81=0 \Leftrightarrow (5x-9)^2=0 \Leftrightarrow x=\frac{9}{5}$$

$$y=-\frac{9}{13}\cdot\frac{9}{5}+\frac{50}{13}=\frac{-81+250}{13\cdot 5}=\frac{169}{13\cdot 5}=\frac{13}{5}, \qquad S=\left(\frac{9}{5},\frac{13}{5}\right)$$

Punkt S jest środkiem odcinka AB, czyli: $\underbrace{\frac{x_B+7}{2}=\frac{9}{5}}_{x_B=-\frac{17}{5}}$ *i* $\underbrace{\frac{y_B+(-1)}{2}=\frac{13}{5}}_{y_B=\frac{31}{5}}$

$\boldsymbol{B}=\left(-\frac{\mathbf{17}}{\mathbf{5}},\frac{\mathbf{31}}{\mathbf{5}}\right)$

Prosta CS przechodzi przez początek układu współrzędnych i jest prostopadła do prostej AB, dlatego ma równanie $y=ax$, *gdzie* $a\cdot\left(-\frac{9}{13}\right)=-1 \Leftrightarrow a=\frac{13}{9}, y=\frac{13}{9}x$

Punkt C jest punktem przecięcia prostych CS i AC:

$$\begin{cases} y=\frac{13}{9}x \\ y=\frac{1}{3}x-\frac{10}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{13}{9}x=\frac{1}{3}x-\frac{10}{3} \\ y=\frac{13}{9}x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-3 \\ y=-\frac{13}{3} \end{cases}, czyli\ \boldsymbol{C}=\left(\mathbf{-3},-\frac{\mathbf{13}}{\mathbf{3}}\right)$$

Odpowiedź: ....

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	14.
	Maks. liczba pkt	6
	Uzyskana liczba pkt	

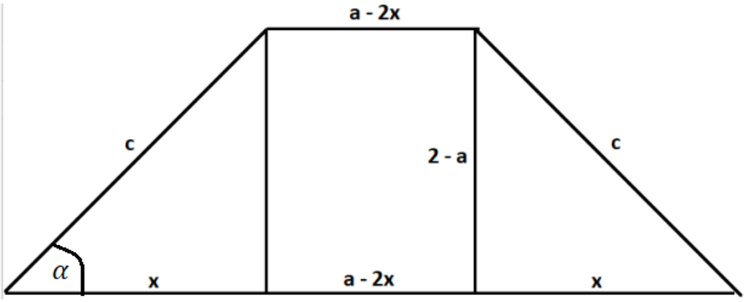
Zadanie 15. (0–7)

Rozpatrujemy wszystkie trapezy równoramienne, w które można wpisać okrąg, spełniające warunek: suma długości dłuższej podstawy a i wysokości trapezu jest równa 2.

a) Wyznacz wszystkie wartości a, dla których istnieje trapez o podanych własnościach.

b) Wykaż, że obwód L takiego trapezu, jako funkcja długości a dłuższej podstawy trapezu, wyraża się wzorem $L(a)=\frac{4a^2-8a+8}{a}$.

c) Oblicz tangens kąta ostrego tego spośród rozpatrywanych trapezów, którego obwód jest najmniejszy.



a)

$$\textit{Założenia:}\begin{cases} 2-a>0 \iff a<2 \\ a-2x>0 \iff a>2x>0 \\ a>2-a \iff a>1 \end{cases} \iff a\in(1,2)$$

Ostatni warunek wynika z tego, że a jest długością dłuższej podstawy trapezu, a ta musi być większa od średnicy okręgu wpisanego, która jest równa wysokości trapezu: $2-a$.

b)

$L=a+a-2x+2c=2a-2x+2c$

$2c=a+a-2x=2a-2x \iff x=a-c$ – *z własności czworokąta opisanego na okręgu*

$x^2+(2-a)^2=c^2 \iff (a-c)^2+4-4a+a^2=c^2$

$$a^2-2ac+c^2+4-4a+a^2=c^2 \iff 2ac=2a^2-4a+4 \iff c=\frac{a^2-2a+2}{a}$$

$$x=a-c=\frac{a^2}{a}-\frac{a^2-2a+2}{a}=\frac{2a-2}{a}$$

$$L=2a-2x+2c=\frac{2a^2}{a}-\frac{4a-4}{a}+\frac{2a^2-4a+4}{a}=\frac{4a^2-8a+8}{a}=L(a)$$

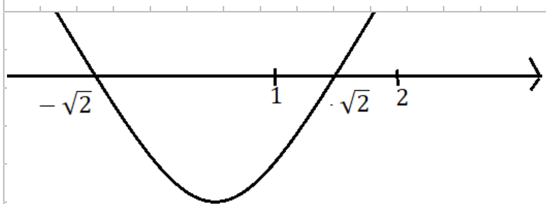
c)

$$L(a)=\frac{4a^2-8a+8}{a} \quad \textit{gdzie } a\in(1,2)$$

$$L'(a)=\frac{(8a-8)a-(4a^2-8a+8)\cdot 1}{a^2}=\frac{8a^2-8a-4a^2+8a-8}{a^2}=\frac{4a^2-8}{a^2}=$$

$$=\frac{4(a^2-2)}{a^2}=\frac{4(a-\sqrt{2})(a+\sqrt{2})}{a^2}$$

o znaku pochodnej decyduje znak wyrażenia $y=(a-\sqrt{2})(a+\sqrt{2})$



$Z\ analizy\ znaku\ pochodnej\ wynika, że\ dla\ a = \sqrt{2}\ \ funkcja\ \ L(a)\ osiąga\ minimum$

$Tak\ więc: a = \sqrt{2}\,, x = \dfrac{2a-2}{a} = \dfrac{2\sqrt{2}-2}{\sqrt{2}} \cdot \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \dfrac{4-2\sqrt{2}}{2} = 2-\sqrt{2}$

$\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{2-a}{x} = \dfrac{2-\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}} = 1$

Odpowiedź: ....

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	15.
	Maks. liczba pkt	7
	Uzyskana liczba pkt	

BRUDNOPIS ***(nie podlega ocenie)***